

# 土中への水の浸潤 2. 初期水分量の及ぼす影響

取出伸夫<sup>1</sup>・渡辺晋生<sup>1</sup>・森崎大樹<sup>1</sup>

Infiltration into a soil profile: 2. Influence of the initial water content.

Nobuo TORIDE<sup>1</sup>, Kunio WATANABE<sup>1</sup>, Hiroki MORISAKI<sup>1</sup>

## 1. はじめに

土の内部の水分量は、降雨や水分蒸発といった地表面境界、また地下水位の高さなどの地下部の境界条件の影響を受ける。同じ土であっても、水分量が異なる場合、土中への水の浸潤の様子は大きく異なる。乾燥した土の場合、浸潤した水の多くが土に貯留されながら下方へと浸潤前線が移動していく。一方、濡れた土の場合、土に新たに貯留される水量は小さいため、浸潤前線の移動速度は速い。Philip は一連の論文の第 5 報に初期水分量の影響を取り上げている (Philip, 1957d)。しかし、その後の浸潤に関する研究や教科書において、初期条件の浸潤に及ぼす影響は、境界条件の問題ほどは詳細に議論されることは少ない。

そこで今回は、前報 (取出ら, 2009, 以下第 1 報) と同様に、異なる初期水分量を持つ土への一定負圧条件の浸潤の数値実験を行い、初期水分量が浸潤フラックスや水分分布に及ぼす影響を調べた。その上で、Philip (1957a, b, d) の示した浸潤前線の移動速度式を評価した。また Philip の浸潤モデルの吸水度  $S$  と定数  $A$  を様々な浸潤条件の地表面フラックスの変化より決定し、得られた値に基づき浸潤形態を考察した。用いた基礎方程式や境界条件、その他記号などすべて第 1 報と同じである。浸潤分布の領域は、第 1 報 Fig. 3 の用語を用いる。また計算には、同じく HYDRUS-1D (Šimůnek et al., 2008) を用いた。

## 2. 計算条件

計算は、鉛直 1 次元のリチャーズ式を用いた (第 1 報 (2)(3)(7) 式)。本報では主に水分量  $\theta$  に焦点を当てた議論を行うので、水分量表記のリチャーズ式を示す。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D_w(\theta) \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \quad (1)$$

ここで、水分拡散関数  $D_w$  ( $L^3 L^{-3}$ ) は、不飽和透水係数  $K(\theta)$  と水分容量  $C_w(\theta)$  の関数として表記できる。

$$D_w(\theta) = K(\theta) \frac{\partial h}{\partial \theta} = \frac{K(\theta)}{C_w(\theta)} \quad (2)$$

初期条件は、圧力水頭 (以下、単に圧力と表記) 一定 (第 1 報 (10) 式)、あるいは水分量一定である。

$$h(z, 0) = h_i \quad \text{or} \quad \theta(z, 0) = \theta_i \quad (3)$$

ここで、 $\theta_i$  は初期圧力  $h_i$  に対応する初期体積含水率である。地表面境界は、圧力一定条件 (第 1 報 (9) 式)、あるいは水分量一定条件である。

$$h(0, t) = h_0 \quad \text{or} \quad \theta(0, t) = \theta_0 \quad (4)$$

ここで、 $\theta_0$  は地表面境界圧力  $h_0$  に対応する境界体積含水率である。下端境界は、自由排水条件 (第 1 報 (11) 式) である。

$$\left. \frac{\partial h}{\partial z} \right|_{z=-L} = 0 \quad \text{or} \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=-L} = 0 \quad (5)$$

土層の長さ  $L$  は 100 cm である。また、同じく第 1 報の Table 1 に示す van Genuchten モデルの砂質ローム、シルトの 2 種類の土を用いた。第 1 報の Fig. 1 にそれぞれ土の水分保持曲線  $\theta(h)$  と不飽和透水係数  $K(h)$ 、Fig. 2 に水分容量  $C_w(h)$  を示した。ここでは、Fig. 1 に (1) 式の水分量表記のリチャーズ式に  $\theta$  の関数として現れる不飽和透水係数  $K(\theta)$  と水分拡散関数  $D_w(\theta)$  を示す。 $K(\theta)$  は、 $\theta$  の減少に対して指数関数的に減少する。van Genuchten モデルでは、残留体積含水率  $\theta_r$  以下の水分量は不動水と見なすため、 $\theta_r$  に近づくと  $K$  がさらに大きく減少する (坂井・取出, 2009)。Fig. 1 (a) では、 $\theta_r = 0.065$  の砂質ロームの  $K$  が  $\theta < 0.1$  の領域で著しく減少する ( $\theta_r = 0.034$  のシルトは、図の範囲外で示されていない)。

Fig. 1 (b) の  $D_w(\theta)$  は、 $K(\theta)$  と似た形状を示すが、van Genuchten モデルの砂質ローム、シルトでは、飽和付近で大きな変化を示すのが特徴である。これは、飽和付近の  $K$  の増加に加えて、空気侵入圧以上の領域において水分容量  $C_w$  がゼロに近づくためである (第 1 報 Fig. 2)。なお、(1) 式の水分量表記のリチャーズ式は、水分拡散関数  $D_w$  が一定であれば、通常の線形拡散移流式と

<sup>1</sup>Graduate School of Bioresources, Mie University, 1577 Kurima-Machiya, Tsu, Mie 514-8507, Japan. Corresponding author: 取出伸夫, 三重大学大学院生物資源学研究所  
2010年2月12日受稿 2010年2月28日受理  
土壌の物理性 114号, 71-79 (2010)

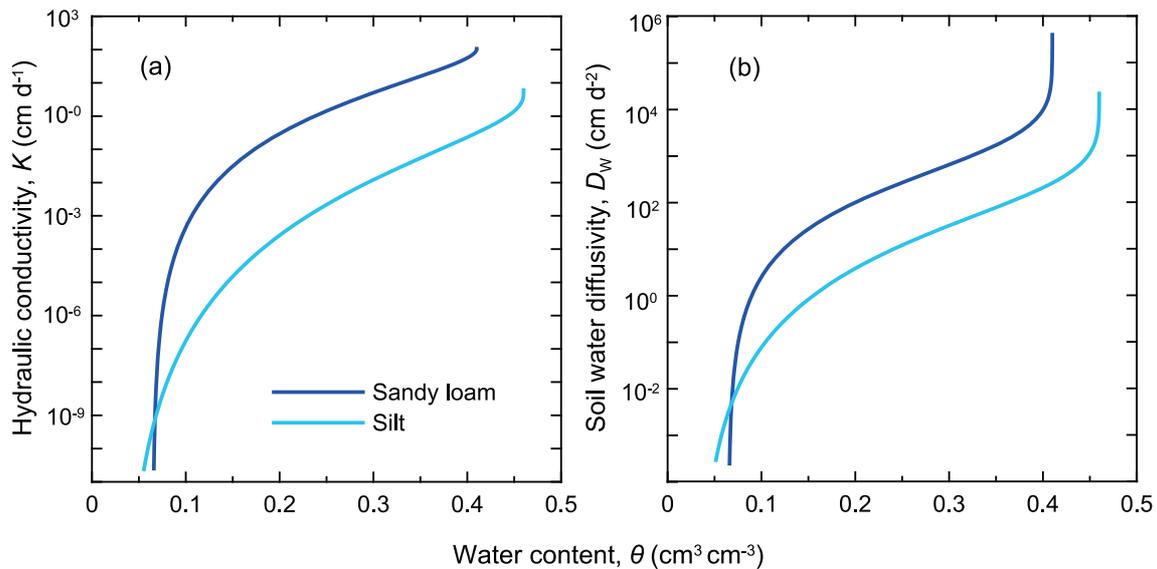


Fig. 1 砂質ロームとシルト (van Genuchten モデル) の (a) 不飽和透水係数  $K(\theta)$  と (b) 水分拡散関数  $D_w(\theta)$  .

Table 1 砂質ロームとシルト (van Genuchten モデル) の体積含水率  $\theta(h)$  と不飽和透水係数  $K(h)$  .

Soil type	$h$ (cm)	$\theta(h)$ ( $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$ )	$K(h)$ ( $\text{cm d}^{-1}$ )
Sandy loam	-1	0.410	85.9
	-10	0.343	13.5
	-20	0.266	2.19
	-25	0.239	1.04
	-31	0.214	0.485
	-50	0.168	$7.72 \times 10^{-2}$
	-55	0.160	$5.27 \times 10^{-2}$
	-80	0.134	$1.15 \times 10^{-2}$
	-500	0.079	$5.25 \times 10^{-6}$
Silt	-1	0.460	3.68
	-10	0.451	1.50
	-20	0.439	0.83
	-25	0.432	0.648
	-31	0.424	0.494
	-55	0.395	0.201
	-80	0.370	$9.75 \times 10^{-2}$
	-100	0.353	$6.03 \times 10^{-2}$
	-500	0.228	$9.23 \times 10^{-4}$

等しい (Warrick, 2003). Philip に代表される古典的な浸潤研究においては, 指数関数や多項式で近似した  $D_w(\theta)$  の平均値を評価することによりリチャーズ式を線形近似し, 解析解や近似解を導出することが多く試みられている (Gardner, 1959; Parlange, 1975; Philip, 1969). Fig. 1 (b) の  $D_w(\theta)$  は, 空気侵入圧以上の飽和に近い領域と残留体積含水率  $\theta_r$  に近い乾燥領域以外の中間の水分領域では, 指数関数を用いた近似が可能である.

計算に用いた境界圧力  $h_0$ , 初期圧力  $h_i$  に対応するそれぞれの土の水分量  $\theta$  と不飽和透水係数  $K$  を Table 1 に示す. 本報では主に水分量  $\theta$  に焦点を当てた議論を行うので, 水分量表記の (1) ~ (5) 式を示したが, 砂質ロームとシルトに対して, 圧力単位で初期条件と境界条件を統一した. しかし, 以下, 特に Philip モデルに関連する議論では, 原著に習い水分量表記も用いた. ヒステリシスを考慮していないので, 圧力表記と水分量表記は等価である. Table 1 によりそれぞれに対応する水分量, 圧力

水頭を確認して欲しい.

### 3. 初期水分量の影響

はじめに, 3 種類の初期圧力  $h_i$  (初期水分量  $\theta_i$ ) を持つ砂質ロームおよびシルトの地表面に, 一定負圧  $h_0$  を与えたときの浸潤過程を示す. 砂質ロームは,  $h_0 = -10$  cm に対して  $h_i = -25, -50, -500$  cm, シルトは,  $h_0 = -1$  cm に対して  $h_i = -25, -100, -500$  cm である.

Fig. 2 は, 浸潤初期の 0.05 d までの地表面フラックス  $q_0$  の時間変化である. 一定負圧条件では, 浸潤開始直後の  $q_0$  は大きな値を示すが, その後, 指数関数的に減少する (第 1 報 Fig. 6 参照). 同じ地表面圧力  $h_0$  に対しては, 初期圧力  $h_i$  が小さいほど浸潤初期の  $q_0$  は大きい. 一方, 同じ初期圧力  $h_i$  に対しては,  $h_0$  が大きいほど  $q_0$  は大きい. そして, 表面の圧力勾配がゼロ ( $dh/dz = 0$ ) になると,  $q_\infty = K(h_0)$  の重力流れに収束する (第 1 報 Fig. 7). 収束には地表面圧力  $h_0$  が小さいほど時間を要するが (第 1 報 Fig. 6), 初期圧力  $h_i$  も小さいほど時間を要する (Fig. 2). また, 砂質ロームの  $q_0$  は, シルトに比べて  $h_i$  による違いが浸潤初期から小さい. 浸潤初期においては, 大きな圧力勾配が存在するため, 第 1 報 (1) 式の水分フラックスにおける圧力勾配成分が大きく, 時間の経過に伴い圧力勾配成分が減少して, 重力成分が相対的に大きくなる (Hillel, 2001). 地表面フラックス  $q_0$  に対する  $h_i$  の効果の大きさは, 圧力勾配成分と重力成分の相対的な大きさに依存し, 重力成分が大きい土ほど  $h_i$  の影響は小さい. この点については, 5 節の Fig. 9 においても考察する.

Fig. 3 は, Fig. 2 に示したそれぞれの条件における土中の体積含水率分布の変化である. 地表面一定負圧条件の水分分布は,  $\theta(h_i)$  と  $\theta(h_0)$  の水分量の範囲に, 浸潤水量に対応した水分分布が形成される. そのため, 初期圧力  $h_i$  が小さく初期水分量  $\theta_i$  が小さいほど多くの水分量が貯留され, 浸潤前線の進行が遅い. 浸潤前線の形状は,  $h_i$  が大きく  $\theta_i$  が大きいほど勾配 ( $d\theta/dz$ ) が緩やかな分

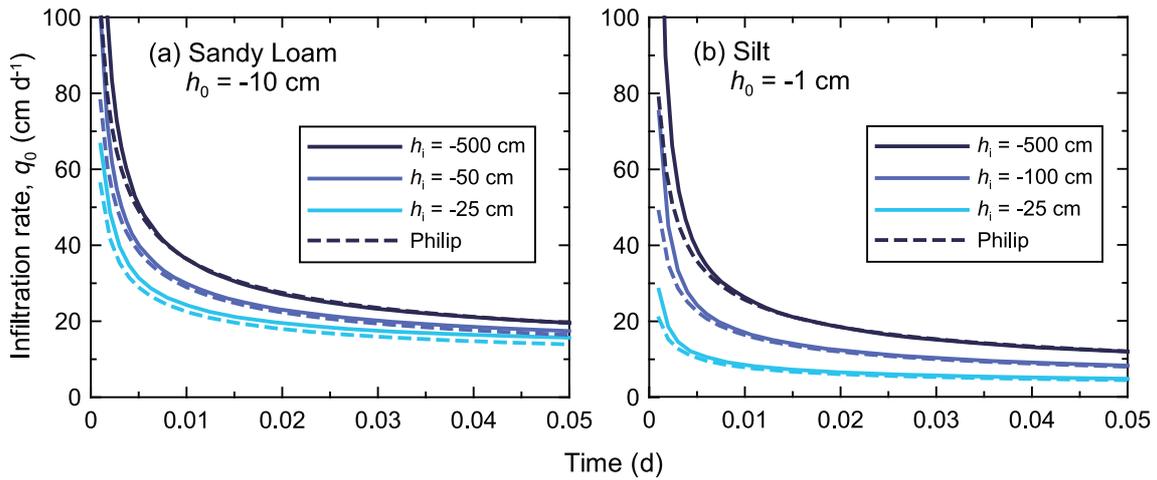


Fig. 2 3種類の初期圧力  $h_i$  の土に一定負圧条件を与えたときの地表面境界フラックス  $q_0$  の時間変化 (a) 砂質ローム ( $h_0 = -10$  cm,  $h_i = -25, -50, -500$  cm), (b) シルト ( $h_0 = -1$  cm,  $h_i = -25, -100, -500$  cm). 破線は Philip の浸潤モデル.

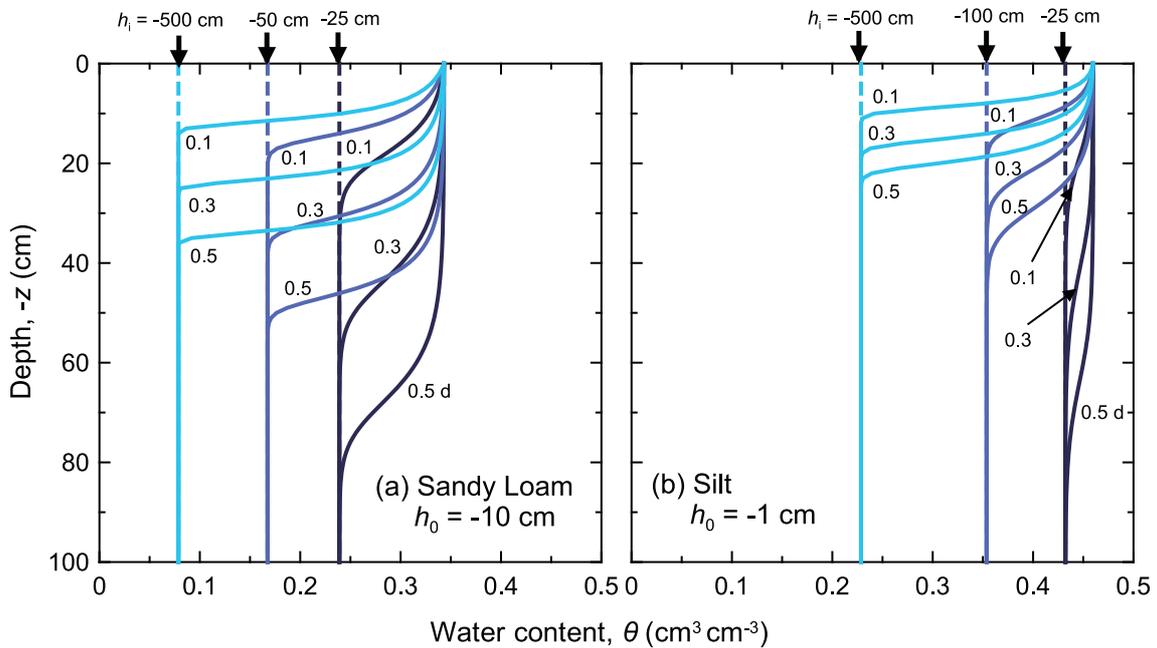


Fig. 3 3種類の初期圧力  $h_i$  の土に一定負圧条件を与えたときの体積含水率分布  $\theta(z)$  (a) 砂質ローム ( $h_0 = -10$  cm,  $h_i = -25, -50, -500$  cm), (b) シルト ( $h_0 = -1$  cm,  $h_i = -25, -100, -500$  cm).

布となり、 $h_i = -25$  cm では、前線先端部が下方へ広がっている。砂質ロームでは、Fig. 2 の地表面フラックス  $q_0$  の収束がもっとも遅い  $h_i = -500$  cm の場合、0.1 d で  $q_0 = 16.2$  cm d<sup>-1</sup> ( $q_\infty = 13.5$  cm d<sup>-1</sup>) であった。0.1 d 以降の時間において  $q_0$  が  $q_\infty$  に近づいてほぼ一定である砂質ロームの水分分布は、浸潤前線の形状はほぼ一定である。また、等しい時間間隔の水分分布は、等間隔で下方へと移動している。一方、砂質ロームに比べて  $q_0$  が小さいシルトでは、浸潤前線の進行は遅い。 $h_i = -25$  cm では、 $\theta(h_i) = 0.432$ ,  $\theta(h_0) = 0.460$  の特に細長い形状の前線を形成している。また、シルトの  $h_i = -500$  cm では、0.1 d の  $q_0 = 8.80$  cm d<sup>-1</sup> から 0.5 d の  $q_0 = 4.77$  cm d<sup>-1</sup> ( $q_\infty = 3.68$  cm d<sup>-1</sup>) へと微減が継続しているため、0.3 d と 0.5 d の分布の間隔は、0.1 d と 0.3 d の分布の間隔に比べて小さい。

この浸潤過程の水分フラックスに対して、第1報の Fig. 8 と同様に、ダルシー則の圧力勾配成分（以下、圧力成分）と重力成分の寄与を求めた。Fig. 4 に砂質ローム、Fig. 5 にシルトについて、3種類の初期圧力  $h_i$  に対する 0.5 d の水分フラックス分布を示す。

砂質ロームでは、いずれの条件も地表面フラックス  $q_0$  が収束しているため、地表面付近では  $q_w$  のほぼすべてを重力成分が占めている。浸潤前線では圧力成分が働き、水分分布の勾配を緩やかにして下方へと広げる効果を持つ。しかし、 $h_i = -500$  cm では  $K(h_i) = 5.25 \times 10^{-6}$  cm d<sup>-1</sup> と極端に小さく、前線先端部において  $K(h)$  が急減する（第1報 Fig. 7）。そのため、 $K$  と  $dh/dz$  の積である圧力成分は、先端部において、大きな圧力勾配にもかかわらず急減する。一方、先端部とは逆に湿潤部の  $K$  の値は大きく、 $dh/dz$  の減少を補うため、圧力成分は上方

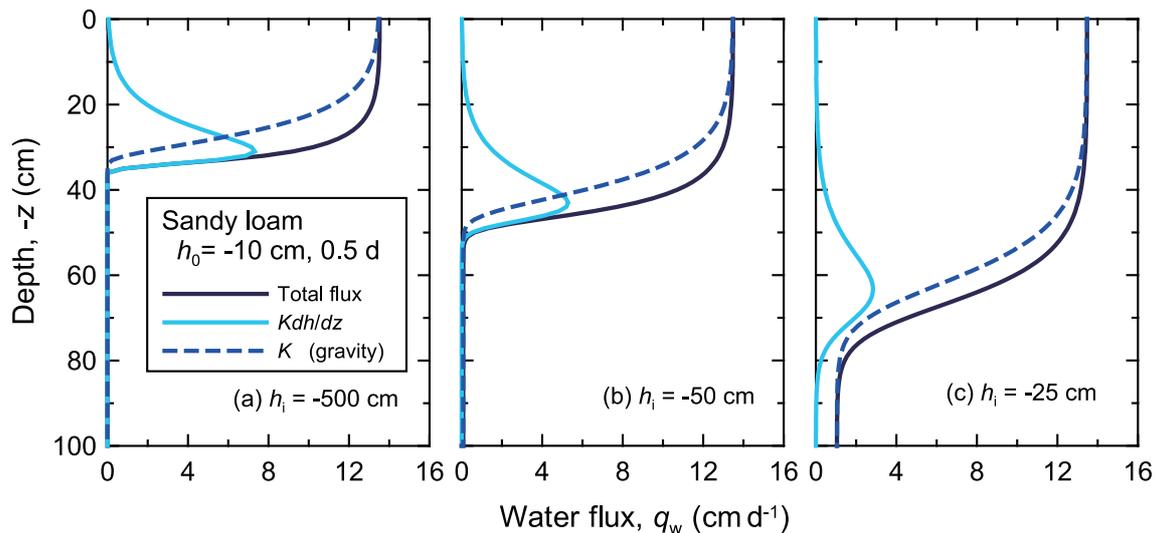


Fig. 4 3種類の初期圧力  $h_i$  の砂質ロームに一定負圧条件 ( $h_0 = -10$  cm) を与えたときの 0.5 d における全水分フラックス分布  $q_w(z)$  と圧力成分と重力成分の寄与 (a)  $h_i = -500$  cm, (b)  $h_i = -50$  cm, (c)  $h_i = -25$  cm.

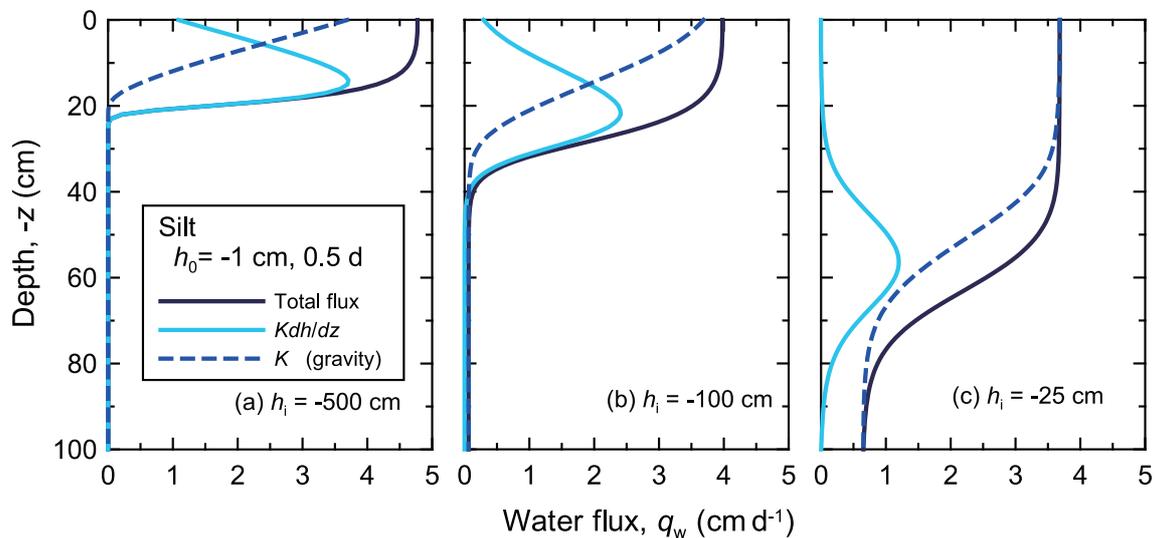


Fig. 5 3種類の初期圧力  $h_i$  のシルトに一定負圧条件 ( $h_0 = -1$  cm) を与えたときの 0.5 d における全水分フラックス分布  $q_w(z)$  と圧力成分と重力成分の寄与 (a)  $h_i = -500$  cm, (b)  $h_i = -100$  cm, (c)  $h_i = -25$  cm.

に向けては緩やかに減少する．そのため、圧力成分の分布は、前線先端部では急勾配、上部の前線湿潤部では緩やかな勾配を持つ上下に非対称な形状を示す．一方、 $h_i = -25$  cm では、すべての領域で重力成分が圧力成分に対して卓越する．また圧力成分の分布は、前線先端部においても  $K(h_i) = 1.04$  cm d<sup>-1</sup> と大きいため、 $h_i = -500$  cm とは異なり、先端部においても緩やかに減少する．そのため上下にほぼ対称な形状を持つ．

下端は圧力勾配ゼロの自由排水条件 ((5) 式) であるため、浸潤前線が到達する以前においても、 $q_w|_{z=-L} = K(h_i)$  の重力フラックスで排水が生じる．特に  $h_i = -25$  cm の重力フラックスは大きく、 $K(h_i) = 1.04$  cm d<sup>-1</sup> である．この下端における重力フラックス  $K(h_i)$  は、 $h_i$  が大きいほど大きく、地表面フラックス  $q_0$  に対して無視できない大きさになる．そのため、土への浸潤水量から排水量を差し引いた量が、Fig. 3 の土中の水分分布の増加量となる．

Fig. 5 のシルトのフラックス分布も砂質ロームと同様

の傾向を示すが、同じ初期条件の砂質ロームに比べて、全フラックスに対する重力成分の割合が小さく、圧力成分の割合が大きい． $h_i = -100$ ,  $-500$  cm の 0.5 d では、地表面付近においても圧力成分が生じており、地表面フラックス  $q_0$  は収束していない．また、 $h_i = -25$  cm では、砂質ロームと同様に、下端において大きな重力フラックス  $K(h_i) = 0.648$  cm d<sup>-1</sup> が生じている．

#### 4. 浸潤前線の移動速度

Philip は一連の論文において、十分な時間経過後に浸潤前線の形状が一定になったときの浸潤前線の移動速度  $V_F$  を導いた (Philip, 1957b, d).

$$V_F = \frac{K(\theta_0) - K(\theta_i)}{\theta_0 - \theta_i} \quad (6)$$

Philip の論文では、 $t \rightarrow \infty$  の無限時間後の移動速度と表現されているが、表面の圧力勾配がゼロ ( $dh/dz = 0$ ) に

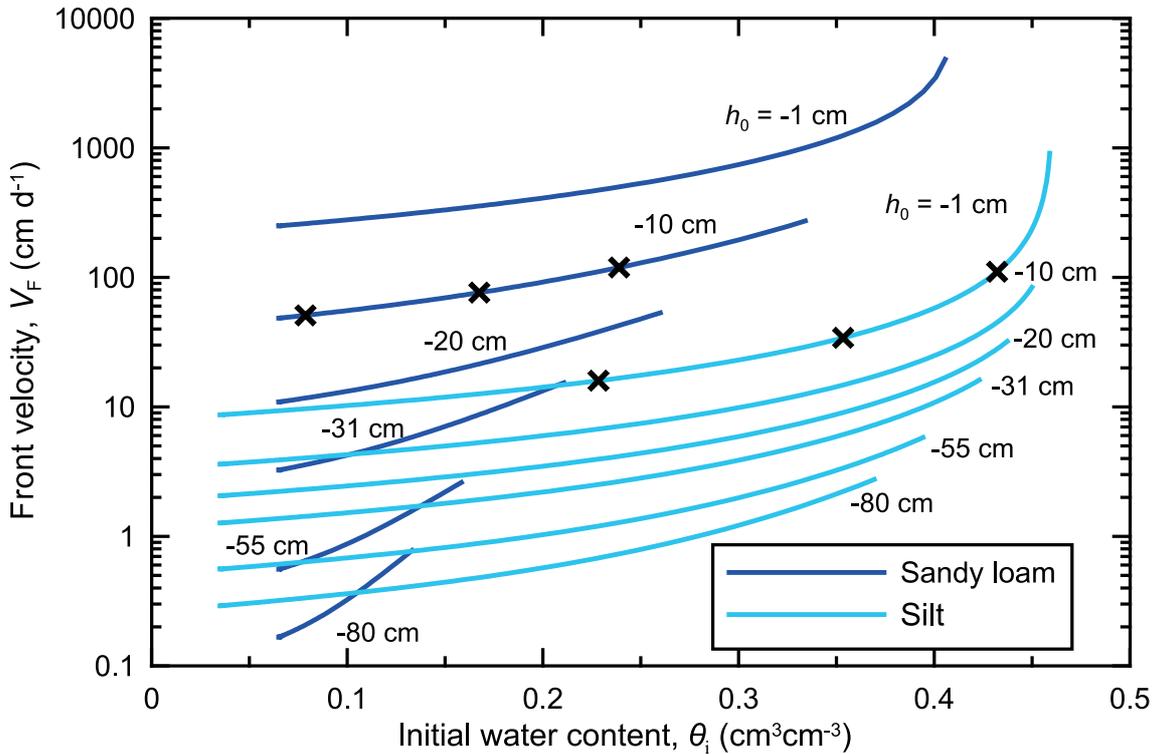


Fig. 6 異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対する砂質ロームとシルトの浸潤前線の移動速度  $V_F$  と初期水分量  $\theta_i$  の関係。

なり，地表面フラックスが  $q_\infty = K(h_0) = K(\theta_0)$  の重力流れに収束すると，浸潤前線の形状は一定となる（第1報 Fig. 7）．このとき，下端からの排水フラックスは  $q_w|_{z=-L} = K(\theta_i)$  である．そのため，単位面積，単位時間あたりの地表面から浸潤前線までの土の水分貯留増加量は  $q_\infty - q_w|_{z=-L} = K(\theta_0) - K(\theta_i)$  である．一方，収束後の浸潤前線の形状が変化しない水分分布における単位時間の水分増加量は  $V_F(\theta_0 - \theta_i)$  であり，両者が等しいことにより (6) 式が導かれる（塩沢ら，1988）．

初期水分量  $\theta_i$  が小さい場合は， $K(\theta_0) \gg K(\theta_i)$  であるので，(6) 式は次式に単純化できる．

$$V_F = \frac{K(\theta_0)}{\theta_0 - \theta_i} \quad (7)$$

これは，初期水分量  $\theta_i$  の下方への重力流れが無視できる場合である．Fig. 4 と Fig. 5 における  $h_i = -25$  cm の条件は，初期水分量  $\theta_i$  の下方への重力流れが地表面フラックスに対して無視できない条件である．それ以外の  $h_i$  が小さい条件では，(7) 式の近似が成立する．このときは，排出水量が無視できるため，土への浸潤水量は土中の水分分布の増加量と一致する．

Fig. 6 は，異なる地表面境界圧力  $h_0$ ，すなわち地表面水分量  $\theta_0$  に対する砂質ロームとシルトの浸潤前線の移動速度  $V_F$  と初期水分量  $\theta_i$  の関係である． $V_F$  は，(6) 式に対して Fig. 1 (a) の  $K(\theta)$  を用いて求めた．(6) 式において  $\theta_0 \neq \theta_i$  であるので， $\theta_i = \theta_0 - 0.01$  を最大値とする  $\theta_i$  に対して， $V_F$  を対数軸にプロットした．それぞれの境界圧力  $h_0$  に対応する境界水分量  $\theta_0$  は Table 1 に示したが，図中のそれぞれの曲線の  $\theta_i$  の最大値に 0.01

を加えたものが  $\theta_0$  である．また，Fig. 3 に水分分布を示した  $h_0 = -10$  cm の砂質ロームにおける  $h_i = -25, -50, -500$  cm,  $h_0 = -1$  cm のシルトにおける  $h_i = -25, -100, -500$  cm に対応する点を図中に × 印で示した．Fig. 3 の浸潤前線の形状が変化しない砂質ロームの水分分布の  $V_F$  は，異なる時間の水分分布の移動距離を図から読み取り推定できるが，Fig. 6 の × 印の  $V_F$  値とよく一致した．

移動速度  $V_F$  は，境界圧力  $h_0$  が大きいほど，また初期水分量  $\theta_i$  が大きいほど大きい．砂質ロームは，境界圧力  $h_0$  の低下により，シルトに比べて  $V_F$  が大きく低下する．第1報 Fig. 1 (b) に示した不飽和透水係数  $K(h)$  は，飽和に近い領域では砂質ロームの方がシルトに比べて大きい， $h < -31$  cm の低水分領域では砂質ロームの方がシルトに比べて小さい． $V_F$  も同様に， $h_0 > -31$  cm の条件では砂質ロームの方が大きく， $h_0 < -31$  cm の条件では，砂質ロームの方が小さい．

### 5. Philip の浸潤モデル

Philip (1957a) は，初期水分量  $\theta_i$  の水平な土カラムに対して境界水分量  $\theta_0$  を与えたときの浸潤開始直後の積算浸潤水量  $I$  を求めた．

$$I = St^{1/2} \quad (8)$$

ここで， $S$  は吸水度 (sorptivity) とよばれる．さらに，地表面境界水分量  $\theta_0$  を与えたときの鉛直浸潤の積算浸潤水量  $I$  について， $t^{1/2}$  の無限級数展開の解を導いた．

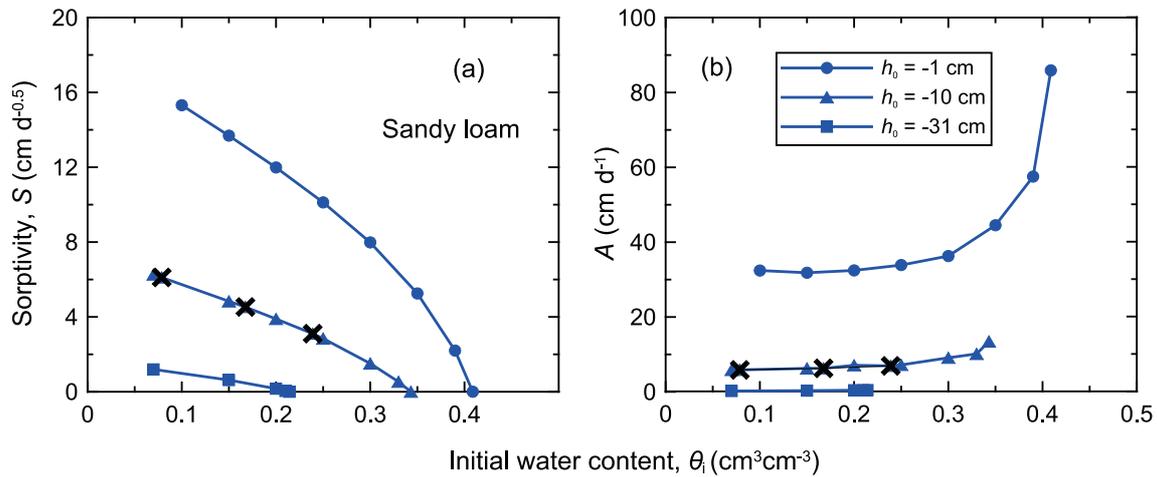


Fig. 7 異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対する砂質ロームの浸潤における Philip モデルの (a) 吸水量  $S$  と (b) 定数  $A$  の初期水分量  $\theta_i$  との関係。

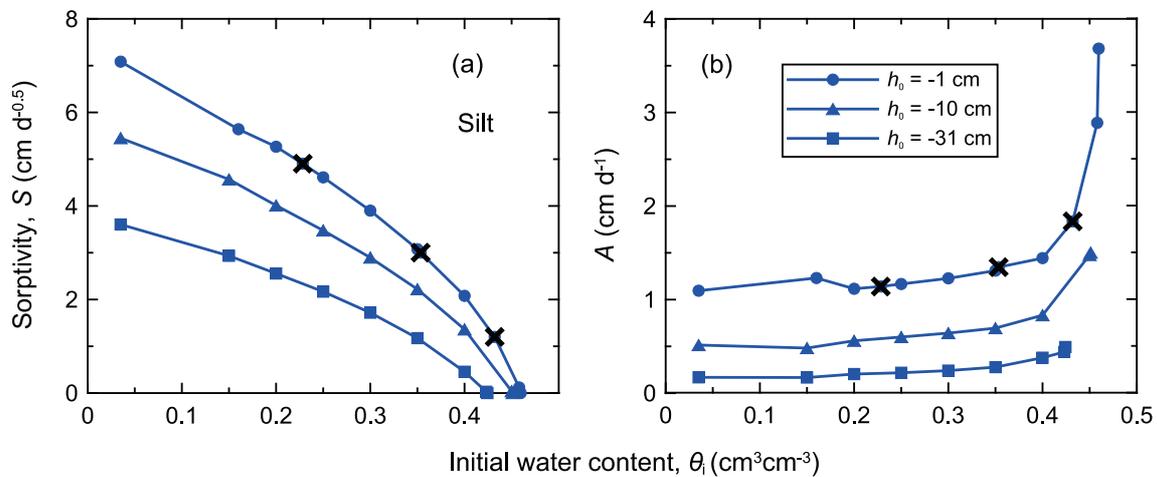


Fig. 8 異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対するシルトの浸潤における Philip モデルの (a) 吸水量  $S$  と (b) 定数  $A$  の初期水分量  $\theta_i$  との関係。

$$I = St^{1/2} + A_1 t + A_2 t^{3/2} + A_3 t^2 + \dots \quad (9)$$

ここで,  $A_1, A_2, A_3, \dots$  は, 土の性質や  $\theta_i, \theta_0$  に依存する定数である。そして,  $\theta_i = 0.2376, \theta_0 = 0.4950$  の Yolo 粘土に対して  $A_1, A_2, A_3$  を試算している。 $A_2$  以降の項は十分に小さいので, Philip の浸潤モデルは, 最初の 2 項で近似されることが多い (Philip, 1957c; Jury and Horton, 2006)。

$$I = St^{1/2} + At \quad (10)$$

ここで,  $A$  は定数である。このとき, 地表面フラックス  $q_0$  は, 積算浸潤水量  $I$  の時間微分で与えられる。

$$q_0 = \frac{dI}{dt} = \frac{S}{2t^{1/2}} + A \quad (11)$$

この地表面フラックス  $q_0$  は, 浸潤速度ともよばれる (宮崎, 2000)。

Philip (1957d) は, Yolo 粘土に対して  $\theta_0 = 0.495$  を与えたときの  $S$  と  $A$  を初期水分量  $\theta_i$  の関数として求めた。そこで, 本解析においても同様に, Fig. 6 で移動速度  $V_F$  を求めた条件について, 以下に示す方法で  $S$  と  $A$  を決定

した。 $S$  は水平浸潤の積算浸潤水量に対して厳密に定まる定数である。そこで, (1) 式の右辺第 2 項の重力項を無視した水平方向のリチャーズ式に対して, 境界水分量  $\theta_0$ , すなわち境界圧力  $h_0$  を与えた水平浸潤の積算浸潤水量  $I$  を  $t^{1/2}$  に対してプロットし, その勾配を (8) 式に基づき  $S$  の値として定めた (Jury and Horton, 2006, 水平浸潤については続報で解説予定)。Philip (1957a) や Parlange (1975) は, (1) 式のリチャーズ式の解に基づき,  $A$  の解析的な表現を示している。しかし, 本解析では, 地表面境界圧力  $h_0$  を与えた鉛直浸潤の積算浸潤水量  $I$  の計算値を測定データとみなし, 水平浸潤で定めた  $S$  値を用いた (10) 式の  $A$  を最適化して決定した。最適化には, エクセルのソルバーを用いた。(10) 式を適合する際の  $I$  の時間に対する明確な基準は, 既往の研究には示されていない。一方, 地表面フラックス  $q_0$  が収束するのに要する時間は条件により変化する。そこで, それぞれの条件を統一するため, 浸潤開始から  $q_0$  が収束フラックス  $q_\infty = K(\theta_0)$  の 1.2 倍の値となる期間までの  $I$  のデータを最適化に用いた。なお, 用いるデータの期間は, 少なくとも Fig. 3 の浸潤前線が下端に到達する程度の時間内においては, 得られる  $A$  の値はほぼ等しいことは確認した。

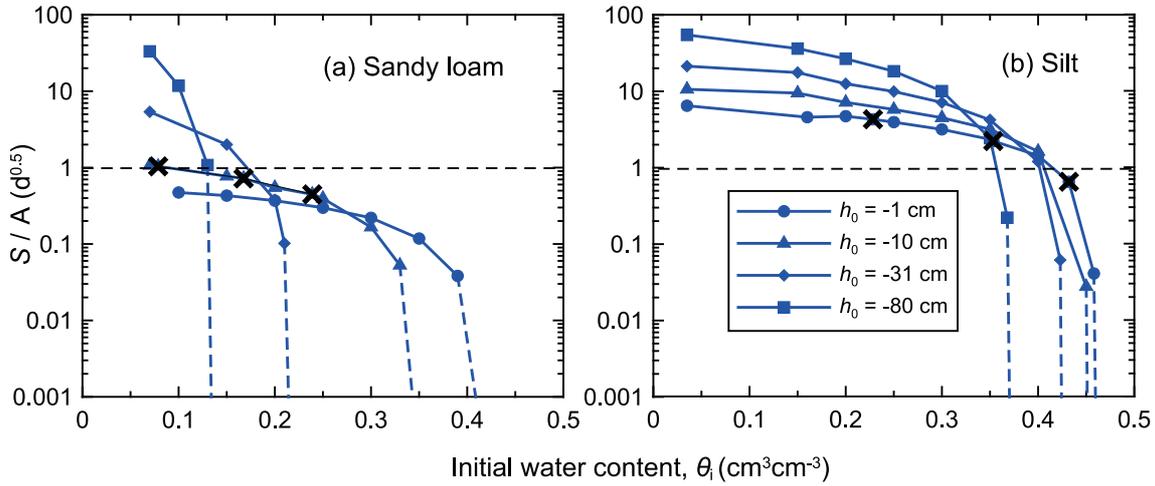


Fig. 9 異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対する砂質ロームとシルトの浸潤における Philip モデルの吸湿度  $S$  と定数  $A$  の比  $S/A$  と初期水分量  $\theta_i$  との関係 (a) 砂質ローム, (b) シルト.

このようにして決定した (11) 式の地表面フラックス  $q_0$  の変化を Fig. 2 に点線で併記した。砂質ローム, シルトともに, Philip モデルは浸潤開始直後のフラックスをやや過小評価するが, その後はよく一致する。浸潤開始後の過小評価は, (9) 式の無限級数解を 2 項で近似することや, 積算浸潤水量  $I$  に対して  $A$  を最適化するパラメータの決定方法も要因ではあるが, 有限の時間と空間ステップに対して行う数値計算においては, 非常に小さい時間  $t$  に対して正確な  $q_0$  の評価が難しいことが主な原因と考えられる。

Fig. 7 は砂質ローム, Fig. 8 はシルトについて, すべての条件の  $S$  と  $A$  の値を初期水分量  $\theta_i$  の関数として示す。図には, 求めた  $S$  と  $A$  の値をプロットで示し, 同じ境界圧力のデータを直線で結んで示した。 $\theta_i = \theta_0$  では  $q_w = K(h_0) = K(\theta_0)$  の重力流れで一定になるため,  $S = 0, A = K(\theta_0)$  である。そのため, 地表面境界圧力  $h_0$  に対応する境界水分量  $\theta_0$  は,  $S$  と  $\theta_i$  のグラフにおける  $\theta_i$  の切片として与えられる。ただし,  $\theta_i < \theta_0$  の条件では,  $t \rightarrow \infty$  においては  $q_\infty = K(\theta_0)$  であるが,  $A \neq K(\theta_0)$  である。(9) 式の無限級数解は,  $t$  が小さいときの収束は早い, 解が発散する  $t \rightarrow \infty$  には適用できない。同様に最初の 2 項で近似する (10), (11) 式においても  $t \rightarrow \infty$  は適用範囲外であり, (11) 式の  $t \rightarrow \infty$  における  $q_0 \rightarrow A$  は厳密な物理的意味を持たない (Jury and Horton, 2006; Philip, 1957d; Warrick, 2003)。

Philip (1957d) の論文中の Fig. 1, Fig. 2 と同様に, 初期水分量  $\theta_i$  が小さいほど  $S$  は大きく, 逆に  $A$  は小さくなる。これは, 乾いている土ほど (10) 式, (11) 式の第 1 項は, 第 2 項に対して相対的に大きくなることを意味する。また, 境界圧力  $h_0$  が小さいほど, 言い換えると, 水分フラックスが小さい条件ほど,  $S$  と  $A$  の値は小さい。 $h_0 = -1$  cm,  $-10$  cm の砂質ロームの  $S$  と  $A$  はシルトに比べて大きい, いずれも  $h_0$  の減少により大きく減少する。そして  $h_0 \leq -31$  cm の条件では, 砂質ロームの  $S$  と  $A$  はシルトに比べて小さい。

(10) 式, (11) 式の Philip モデルでは, 第 1 項は圧力

勾配成分, 第 2 項は重力成分の水分フラックスに関連した項である。(11) 式の地表面フラックス  $q_0$  の圧力成分は分母に  $t^{1/2}$  を持つ。そのため  $t$  が小さい浸潤直後は, 圧力成分は大きな値を持つが, 時間の経過とともに減少していくため,  $t$  に依存せず一定である重力成分が相対的に卓越していく。一方,  $S$  と  $A$  の値は, 土の性質を反映した性質であり, それぞれの項の大きさを与える。そこで,  $S/A$  の値は, 圧力成分と重力成分の相対的な大きさを与える土の性質と考えた。

Fig. 9 は, Fig. 7, Fig. 8 で示した  $S$  と  $A$  の値を用いた  $S/A$  の値と初期水分量  $\theta_i$  の関係である。Fig. 6 と同様に, Fig. 3 に水分分布を示した  $h_0 = -10$  cm の砂質ロームにおける  $h_i = -25, -50, -500$  cm,  $h_0 = -1$  cm のシルトにおける  $h_i = -25, -100, -500$  cm に対応する点を図中に  $\times$  印で示した。図中には,  $S/A = 1$  の境界線を点線で示した。この  $S/A = 1$  の境界線自体には厳密な物理的意味はないが, 以下の議論ではそれぞれの大きさを比較するための尺度として用いる。また,  $\theta_i = \theta_0$  において  $S = 0$  であるが, 縦軸が対数軸であるので,  $S/A = 0.001$  で  $\theta_i = \theta_0$  として破線で示した。

$S/A$  値が大きい場合には圧力成分による浸潤が相対的に大きな条件,  $S/A$  値が小さい場合には重力成分による浸潤が相対的に大きな条件と見なすことができる。いずれの条件においても, 直線で結んだ同じ境界圧力  $h_0$  に対しては, 初期水分量  $\theta_i$  が小さいほど  $S/A$  値は大きい。これは, 乾いた土ほど圧力成分が重力成分に対してより大きくなるためである。この傾向自体はすべての条件に共通ではあるが,  $S/A$  値の大きさは条件に大きく依存する。

砂質ロームでは, 地表面境界が濡れた条件である  $h_0 \geq -10$  cm では, 地表面フラックス  $q_0$  が大きい。このフラックスの大きい条件では, 初期水分量  $\theta_i$  が減少しても  $S/A$  値の増加は小さい。Fig. 9 (a) 中に  $\times$  印で示した  $h_0 = -10$  cm の  $h_i = -25, -50, -500$  cm の条件では, 初期水分量  $\theta_i$  が小さい  $h_i = -500$  cm においても  $S/A < 1$  である (左端の  $\times$  印)。このような  $S/A < 1$  の条件では, (11) 式の第 1 項の圧力成分は第 2 項の重力成

分に比べて浸潤直後から相対的に小さい。Fig. 2 (a) に示した  $h_0 = -10$  cm の地表面フラックス  $q_0$  に対する初期圧力  $h_i$  の影響が小さいのは、3 条件ともに  $S/A$  値が近く、また  $S/A < 1$  であるのが原因である。

地表面境界が乾いた  $h_0 \leq -31$  cm の条件の砂質ロームでは、地表面フラックス  $q_0$  は小さく、 $S$  と  $A$  の値はシルトに比べて極端に小さい (Fig. 8)。この  $q_0$  が小さい条件では、初期水分量  $\theta_i$  の減少に対して  $S/A$  値は急増する。とりわけ、 $h_0 = -80$  cm のとき、この傾向は著しい。Fig. 1 (a) に示した不飽和透水係数  $K(\theta)$  は、低水分領域では  $\theta$  の減少に対する  $K$  の減少は特に大きい。そのため、初期水分量  $\theta_i$  の減少に対して重力成分の減少が特に大きく、圧力成分が重力成分に比べて著しく大きい  $S/A \gg 1$  となる。

一方、シルトの場合、地表面境界がほぼ水分飽和している  $h_0 = -1$  cm においても、 $S/A < 1$  となるのは、初期水分量  $\theta_i$  が地表面水分量  $\theta_0$  に近い条件のみである。その他の条件では  $S/A > 1$  であり、圧力成分の大きさは相対的に大きい。Fig. 2 の浸潤初期の地表面フラックス  $q_0$  は、砂質ロームに比べてシルトの方が初期水分量  $\theta_i$  による違いが大きい。図中に  $\times$  印で示した  $S/A$  の値は、砂質ロームではすべて 1 以下であるのに対し、シルトでは 0.65 から 4.3 まで条件による違いが大きい。また、 $h_0 = -80$  cm の条件においても、 $h_0 \geq -31$  cm の条件と同様に  $\theta_i$  の低下による  $S/A$  の増加は小さく、砂質ロームの  $h_0 = -80$  cm のような大きき変化は示さない。

第 1 報も含めてここまで、地表面フラックス  $q_0$  の収束に要する時間や浸潤前線の形状に、重力成分の果たす役割を中心に考察してきた。(8) 式の Philip の浸潤モデルにおける  $S/A$  は、重力成分の相対的な大きさを示す指標であると考えられる。本号の「古典を読む」では、安中 (2010) が Parlange and Hill (1976) によるフィンガリング流の理論的考察を解説している。フィンガリング流に関する議論が、Philip や Parlange らの一連の浸潤の理論的解析の延長にあることがわかる。とりわけ、安中 (2010) の解説中のフィンガリング流の大きさを与える (26) 式は、圧力勾配成分にかかわる吸水度  $S$  と重力成分にかかわる飽和透水係数  $K_s$  の関数となっている点は大変興味深い。また、Philip 自身も、Philip (1990) において一連の浸潤研究を総括しながら、 $A$  値と  $q_\infty = K(\theta_0)$  の比についてさらなる議論を行っている。Philip の残した理論的な業績は大きい。数値実験により検証を進めながら、我々の理解を深めるべき課題もまだ多く残されている。今後、さらに  $S$  と  $A$  の値と土の水分移動特性との関係を検討する必要がある。

## 6. おわりに

本報では、砂質ロームとシルトを対象に、一定負圧条件の浸潤に対する初期水分量の浸潤速度や水分分布に及ぼす影響を調べた。鉛直浸潤の場合、十分な時間が経過すると、地表面境界により定まる重力流れに収束して、初期水分量の影響はなくなる。しかし、浸潤初期におけ

る地表面境界フラックスや水分分布は、初期水分量の影響を大きく受け、またその程度は土により異なることを数値実験により示した。そして、第 1 報と同様に、浸潤過程の水分フラックスを圧力勾配による成分と重力による成分に分けて評価した。それにより、初期水分量が大きいほど重力成分の相対的な役割が大きくなること、その傾向は砂質ロームの方がシルトに比べて強いことを示した。

さらに、Philip (1957a-d) の示した浸潤前線の移動速度と浸潤モデルを検討した。砂質ロームとシルトの不飽和透水係数  $K(\theta)$  の関係を用いて、異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対する浸潤前線の移動速度  $V_F$  と初期水分量  $\theta_i$  の関係を示した。 $h_0$  が大きく水分量の高い砂質ロームの  $V_F$  は大きい。が、 $K(h)$  がシルトより小さくなる  $h_0 < -31$  cm の条件では、砂質ロームの方がシルトより  $V_F$  は小さい。また、Philip の浸潤モデルの吸水度  $S$  と定数  $A$  を、地表面フラックスの変化に基づき決定し、異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対する  $S$  と  $A$  を  $\theta_i$  の関数として示した。そして、 $S/A$  の値により、砂質ロームの多くの条件の浸潤においては重力成分が卓越し、一方、シルトでは圧力勾配成分が卓越することを示した。

次報では、Green-Ampt 式を中心に、さらに数値実験の結果を検討する。また、均一な土の浸潤のその他の問題も取り上げる予定である。

## 引用文献

- 安中武幸 (2010): 古典を読む: J.-Y. Parlange and D.E. Hill 著「土壌における浸潤前線不安定性の理論的解析」, 土壌の物理性, 114: 81-86.
- Gardner, W.R. (1959): Solutions of the flow equation for the drying of soils and other porous media. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 23: 183-187.
- Hillel, D. (2001): 環境土壌物理学 II 耕地の土壌物理—耕地生産力の向上と地球環境の保全—(岩田進午・内嶋善兵衛監訳), 第 10 章, pp. 1-51, 農林統計協会, 東京。
- Jury, W.A. and Horton, R. (2006): 土壌物理学—土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用—(取出伸夫 監訳: 井上光弘・長裕幸・西村拓・諸泉利嗣・渡辺晋生訳), pp. 36-159, 築地書店, 東京。
- 宮崎毅 (2000): 環境地水学, 第 2 章, pp. 22-38, 東京大学出版, 東京。
- Parlange, J.-Y. (1975): On solving the flow equation in unsaturated soils by optimization: Horizontal infiltration. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 39: 415-418.
- Parlange, J.-Y. and Hill, D.E. (1976): Theoretical analysis of wetting front instability in soils. Soil Sci., 122: 236-239.
- Philip, J.R. (1957a): The theory of infiltration: 1. The infiltration equation and its solution. Soil Sci., 83: 345-357.
- Philip, J.R. (1957b): The theory of infiltration: 2. The profile at infinity. Soil Sci., 83: 435-448.
- Philip, J.R. (1957c): The theory of infiltration: 4. Sorptivity and algebraic infiltration equations. Soil Sci., 84: 257-264.

Philip, J.R. (1957d): The theory of infiltration: 5. Influence of initial moisture content. *Soil Sci.*, 84: 329–339.

Philip, J.R. (1969): Theory of infiltration. *Adv. Hydrosoci.*, 5: 215–296.

Philip, J.R. (1990): Inverse solution for one-dimensional infiltration, and the ratio  $A/K_1$ . *Water Resour. Res.*, 26: 2023–2027.

Šimůnek, J., Šejna, M., Saito, H., Sakai, M. and van Genuchten, M.Th. (2008): The HYDRUS-1D software package for simulating the movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media, Version 4.0, HYDRUS Software Series 3, Dep. of Environmental Sciences, Univ. of California Riverside, Riverside, CA, USA.

塩沢昌, 宮崎毅, 中野政詩 (1988): 土の中の物質移動 (その2) —土の中の水の浸潤と貯留—, *農土誌*, 56: 61–67.

坂井勝, 取出伸夫 (2009): 水分保持曲線と不飽和透水係数の水分移動特性モデル, *土壌の物理性*, 111: 61–73.

取出伸夫, 渡辺晋生, 坂井勝 (2009): 土中への水の浸潤 1. フラックス境界と圧力境界条件. *土壌の物理性*, 113: 31–41.

Warrick, A.W. (2003): *Soil water dynamics*, pp. 167–184, Oxford university press, New York.

要 旨

砂質ロームとシルトを対象に，一定負圧条件の浸潤に対する初期水分量の影響を解説した．初期水分量が小さいほど浸潤初期の地表面フラックスは大きい，多くの水分量が土に貯留されるため，浸潤前線の進行速度は遅い．初期水分量が大きいほど浸潤水分フラックスにおける重力成分の役割が大きく，この傾向は，シルトに比べて砂質ロームの方が強い．また，Philip の浸潤前線の移動速度式を用いて，異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対する浸潤前線の移動速度と初期水分量の関係を示した．さらに，浸潤モデルの吸水度  $S$  と定数  $A$  を，地表面フラックスの変化に基づき決定し，異なる地表面境界圧力  $h_0$  に対する  $S$  と  $A$  を初期水分量の関数として示した．そして， $S/A$  の値に基づき，砂質ロームの多くの条件の浸潤では重力成分が卓越し，シルトでは圧力勾配成分が卓越することを示した．

キーワード：浸潤，初期水分量，Philip モデル，圧力勾配成分，重力成分

113号の訂正とお詫び

第1報「土中への水の浸潤 1. フラックス境界と圧力境界条件」において下記のような誤りがありました．お詫びいたしますとともに訂正をお願いいたします．

Fig. 1 縦軸タイトル．

- (誤) Water capacity
- (正) Water content

Table 3 以下に変更．

**Table 3** 一定負圧条件における砂質ロームとシルトの地表面の体積含水率  $\theta(h_0)$  と不飽和透水係数  $K(h_0)$  ．

Soil type	$h$ (cm)	$\theta(h)$ ( $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$ )	$K(h)$ ( $\text{cm d}^{-1}$ )
Sandy loam	−1	0.410	85.9
	−31	0.214	0.485
	−55	0.160	$5.27 \times 10^{-2}$
Silt	−1	0.460	3.68
	−31	0.424	0.494
	−55	0.395	0.201