

水分保持曲線と不飽和透水係数の水分移動特性モデル

坂井 勝¹・取出伸夫²

Hydraulic property models for water retention and unsaturated hydraulic conductivity

Masaru SAKAI¹ and Nobuo TORIDE²

1. はじめに

土の保水性を表す水分保持曲線と、土の透水性を表す不飽和透水係数は、不飽和土中の水分移動特性を与える重要な物性値である。特に、リチャーズ式を数値解析して不飽和土中の水分移動を予測するためには、適切な境界条件（斎藤ら, 2006）と初期条件を与えることに加え、水分保持曲線と不飽和透水係数の水分移動特性を適切な数式モデルで与える必要がある。この数式モデルは水分移動特性モデル (hydraulic property model) とよばれる。

体積含水率と土中水圧力の関係を表す水分保持曲線は、これまで様々なモデルが提案されており（たとえば, Brooks and Corey, 1964; van Genuchten, 1980; Campbell, 1987; Kosugi, 1994）、通常、水分保持曲線の実測値に対してモデルを適合して用いられる。一方、測定が難しい不飽和透水係数については、Mualem (1976) の間隙径分布モデルに代表される不飽和透水係数推定モデルを用いて、水分保持曲線から推定する方法が広く用いられている。特に水分保持曲線の数式モデルから不飽和透水係数の関数が得られる場合は、水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデル（以下、連結モデル）とよばれ、水分保持曲線と不飽和透水係数を共通のパラメータを用いた関数で表現できるため、非常に有用性が高い。

水分保持曲線と不飽和透水係数の連結モデルのパラメータを推定する方法として、水分移動特性と相関のある土性、粒度分布、乾燥密度、有機物含量などの基礎的な土の物性値とデータベースの情報からモデルのパラメータ値を推定するペドトランスファー関数 (pedo transfer function) がある (Schaap et al., 1998)。また、近年、排水や蒸発などの非定常不飽和水分移動過程の土中水圧力や水分量の実測値に基づき、逆解析によってパラメータを推定する手法 (Eching and Hopmans, 1993; Šimůnek et al., 1998; 坂井・取出, 2007a, b) が注目されている。この逆解析手法は、水分保持曲線と不飽和透水係数を同時に推定できる利点を持つ。しかし、いずれの方法において

も、適切な水分移動特性モデルを選択することが、精度の高い推定のための条件である。

一方、水分変化の大きい水分移動を対象に予測を行なう場合は、湿潤状態から比較的乾燥した状態までの幅広い水分領域に適合した水分移動特性モデルが必要である。しかし、水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルに対して、実測値の得やすい水分保持曲線に比べて不飽和透水係数の検討が十分でない場合が多い。また、水分保持曲線をほぼ表現できるモデルであっても、飽和に近い領域や乾燥領域の水分量のわずかな違いが不飽和透水係数の大きな違いとなる場合がある。たとえば、坂井・取出 (2007b) は、砂質土からの蒸発過程に対して VG モデルを用いた計算では水分移動を再現できない理由を、低水分領域における不飽和透水係数の過小評価であるとしている。そのため、不飽和透水係数の特性の視点から連結モデルの検討を行ない、適切なモデルを選択することが重要である。

そこで本解説では、Mualem の不飽和透水係数推定モデルによる代表的な連結モデルである Brooks and Corey (1964), van Genuchten (1980), Kosugi (1996) のモデルを取り上げた。そして、水分保持曲線、不飽和透水係数に対するそれぞれの寄与を表す間隙半径の確率密度関数を定義し、各モデルの特徴、モデルを適用する上での注意点について整理した。さらに、Mualem のモデルが原因で生じる水分飽和付近の大きな透水係数変化に対する修正 van Genuchten モデル (Vogel and Cislserova, 1988)、水分保持曲線の残留体積含水率を補正した Fayer and Simmons (1995) のモデル、また異なる複数の保水と透水形態を van Genuchten モデルの重ね合わせで表現する Durner (1994) のモデルを示し、モデルの特徴とその適用について解説した。

2. Mualem の不飽和透水係数推定モデル

体積含水率 θ と土中水圧力 h の関係である水分保持曲線は、吸引法や加圧板法などによって比較的容易に測定することができる。一方、不飽和透水係数は、水分フラックスの制御と測定が困難であり、正確な測定は難しい。そのため、間隙半径の分布、間隙の連結性、屈曲度などを考慮した間隙径分布モデルに基づき、水分保持曲線から不飽和透水係数を推定する方法が主流である (Burdine, 1953; Mualem, 1976)。現在、最も広く用いら

¹Dept. of Environmental Sciences, Univ. of California Riverside, 900 University Avenue, Riverside, CA 92521, USA. Corresponding author: 坂井勝, カリフォルニア大学リバーサイド校環境科学科

²Graduate School of Bioresources, Mie University, 1577 Kurima-Machiya, Tsu, Mie 514-8507, Japan
2009年1月20日受稿 2009年2月20日受理
土壌の物理性 111号, 61-73 (2009)

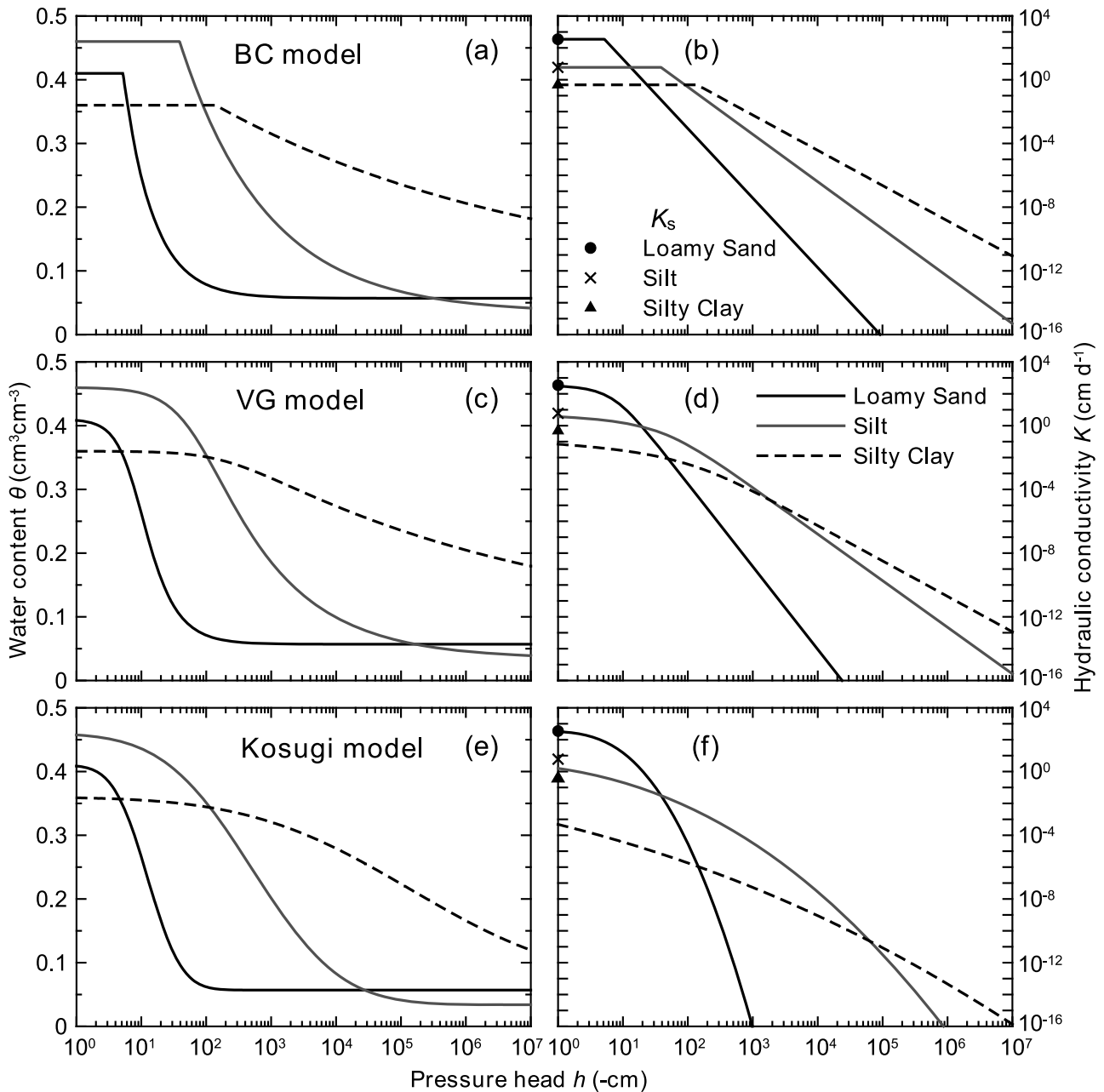


Fig. 1 Brooks and Corey モデル (BC モデル), van Genuchten モデル (VG モデル), Kosugi モデルの水分移動特性: (a), (c), (e) 水分保持曲線 $\theta(h)$; (b), (d), (f) 不飽和透水係数 $K(h)$. 黒実線はローム質砂, 灰色実線はシルト質土, 黒点線はシルト質粘土.

れている不飽和透水係数推定モデルは, 次の Mualem (1976) のモデルである.

$$K(h) = K_s S_e^\ell \left[\int_0^{S_e} \frac{1}{h(S_e)} dS_e / \int_0^1 \frac{1}{h(S_e)} dS_e \right]^2 \quad (1)$$

ここで, K は不飽和透水係数 ($L T^{-1}$), K_s は飽和透水係数 ($L T^{-1}$), S_e は有効飽和度 (-), h は土中水圧力 (L), ℓ は間隙結合係数 (-) である. (1) 式中の水分保持曲線 $h(S_e)$ に対して, van Genuchten モデル (van Genuchten, 1980) に代表される関数を代入すると, 不飽和透水係数が h または θ の関数として得られる. なお, (1) 式の括弧に含まれない S_e^ℓ は, Mualem モデルから導かれる透水係数に共通して現れる項である.

(1) 式の積分の解析解は閉形式 (closed-form) 解とよばれ, 水分保持曲線と不飽和透水係数を共通のパラメータで表現できるため, 広く用いられている. 本報では, Mualem (1976) の連結モデルで閉形式解が得られる代表的な水分移動特性モデルについて解説する. なお, Mualem (1976) に関しては, 小杉 (2007) に詳細が解説されている.

2.1 代表的連結モデル

不飽和透水係数の閉形式解を持つ連結モデルとしては, 以下に示す Brooks and Corey モデル (以下, BC モデル), van Genuchten モデル (以下, VG モデル), Kosugi モデルの 3 種類の水分移動特性モデルが代表的である. なお, こうした Mualem の連結モデルは, Mualem の名前を併記して, たとえば Mualem-van Genuchten モデルとよばれることも多いが, 本解説では, 単に BC モデ

Table 1 VG モデル, BC モデル, Kosugi モデルのパラメータ.

van Genuchten model	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	α (cm ⁻¹)	n (-)	K_s (cm d ⁻¹)
Loamy Sand	0.057	0.41	0.124	2.28	350.2
Silt	0.034	0.46	0.016	1.37	6
Silty Clay	0.07	0.36	0.005	1.09	0.48
Sand	0.045	0.43	0.145	2.68	712.8
Brooks and Corey model	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	h_e (cm)	λ (-)	K_s (cm d ⁻¹)
Loamy Sand	0.057	0.41	-5.2	0.95	350.2
Silt	0.034	0.46	-38.7	0.32	6
Silty Clay	0.07	0.36	-139.5	0.085	0.48
Kosugi model	θ_r (cm ³ cm ⁻³)	θ_s (cm ³ cm ⁻³)	h_0 (cm)	σ (-)	K_s (cm d ⁻¹)
Loamy Sand	0.057	0.41	-12.5	0.95	350.2
Silt	0.034	0.46	-510.6	2.48	6
Silty Clay	0.07	0.36	-140538	4.49	0.48

ル, VG モデルと簡略化して表記する. Fig. 1 にローム質砂, シルト質土, シルト質粘土に対して適合した BC, VG, Kosugi モデルの水分保持曲線 $\theta(h)$, および不飽和透水係数 $K(h)$ を示す. ここで, ローム質砂, シルト質土, シルト質粘土は Carsel and Parrish (1988) が示した VG モデルのパラメータに基づくものであり, BC モデルと Kosugi モデルについては, VG モデルの水分保持曲線に対して非線形最小二乗法で適合してパラメータを定めた (van Genuchten et al., 1991). 各モデルのパラメータは Table 1 に示す. なお, 間隙結合係数 ℓ は 0.5 で一定とした (2.3 節参照).

2.1.1 Brooks and Corey モデル

(2) 式の Brooks and Corey (1964) の水分保持曲線モデルの場合, 不飽和透水係数の閉形式解は (3) 式で与えられる.

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \begin{cases} (h_e/h)^\lambda & h < h_e \\ 1 & h \geq h_e \end{cases} \quad (2)$$

$$K(S_e) = K_s S_e^{\ell+2+2/\lambda} \quad (3)$$

ここで, θ は体積含水率 (L³ L⁻³), θ_r は残留体積含水率 (L³ L⁻³), θ_s は飽和体積含水率 (L³ L⁻³), h_e は空気侵入圧 (L), $\lambda (> 0)$ は水分保持曲線の形状を与えるパラメータ (-) である. なお, 指数関数で表現した Campbell (1987) の水分保持曲線モデルは, (2) 式の θ_r を 0 とした場合と等しい.

Fig. 1(a) に BC モデルの水分保持曲線, Fig. 1(b) に不飽和透水係数 K を示す. なお, 水分保持曲線の縦軸は, S_e ではなく θ とした. また, グラフの左端の $h = -1$ cm の位置にそれぞれの土の K_s をプロットした. (2) 式の BC モデルの水分保持曲線の大きな特徴は, 空気侵入圧をパラメータ h_e として与える点であり (ローム質砂 $h_e = -5.2$ cm, シルト質土 $h_e = -38.7$ cm, シルト質粘土 $h_e = -139.5$ cm), $h > h_e$ に対して飽和体積含水率 θ_s で一定となる. そのため, 明確な空気侵入圧を持つ粒径が均一な砂質土の水分保持曲線に対し適合がよい. BC モデルのパラメータ λ は水分保持曲線の傾きに影響を

与えるパラメータであり, 大きな値ほど急な傾きとなり (ローム質砂で 0.95), 小さな値ほど緩やかな傾きとなる (シルト質粘土で 0.085). 低土中水圧力領域では残留体積含水率 θ_r で一定となり, それ以上の乾燥は生じないと仮定している. これは, 同じく θ_r を用いる VG モデルや Kosugi モデルも同様である. 乾燥領域の θ_r を最小水分量として定義することで生じる問題は 3.2 節で取り上げる. (3) 式の BC モデルの K は, 空気侵入圧 h_e 以上の土中水圧力では水分量が θ_s で一定であるため, K_s で一定であり, h_e 以下では両対数グラフ上で直線的に低下する.

BC モデルは, パラメータの数も少なく, 最も単純な関数で表される水分移動特性モデルである. また, それぞれのパラメータの物理的な意味や関数型に与える効果も明確である. しかし, 空気侵入圧以上では水分保持曲線の傾きが 0 になり, θ_s に対応する h が定まらないため, 数値計算が不安定になる場合がある点は注意が必要である.

2.1.2 van Genuchten モデル

van Genuchten (1980) が提案した連結モデルは, 次式で与えられる.

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = (1 + |\alpha h|^n)^{-m} \quad (4)$$

$$K(S_e) = K_s S_e^\ell \left[1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right]^2 \quad (5)$$

ここで, α (L⁻¹), n (-), $m (= 1 - 1/n)$ は曲線の形状を与えるパラメータである. 異なる土の水分保持曲線に適合するための自由度が高く, 滑らかな曲線を与える VG モデルは, 最も広く用いられている水分移動特性モデルである. (4) 式の右辺の 1 を省くと h のべき乗関数となり, (2) 式の BC モデルと同様な関数型となる. そのため, h の絶対値の大きい低土中水圧力領域では, VG モデルは BC モデルとほぼ等しくなる.

Fig. 1(c) に VG モデルの水分保持曲線, Fig. 1(d) に不飽和透水係数 K を示す. (4) 式の VG モデルの水分保持曲線は, S 字型の滑らかな曲線で残留体積含水率 θ_r

に漸近する形状を示す。VG モデルのパラメータ $n (> 1)$ は、BC モデルのパラメータ λ と同様に水分保持曲線の傾きに影響を与えるパラメータである。ローム質砂 (黒実線) のように傾きの急な粗粒な土では n は大きくなり ($n = 2.28$)、シルト質粘土 (黒点線) のように傾きが緩やかな細粒な土では n は小さくなる ($n = 1.09$)。また、パラメータ α ($0 < \alpha < 1$, Table 1) は、その逆数 ($-1/\alpha$, 砂質土 -6.9 cm, シルト質土 -62.5 cm, シルト質粘土 -200 cm) が空気侵入圧に対応した値を示すため、粗粒な土ほど α は大きい。

小杉 (2007) は、VG モデルの形状を特徴付けける指標としてパラメータ n, α の代わりに $m (= 1 - 1/n)$ と変曲点 $\psi_0 (= -m^{1-m}/\alpha)$ の 2 つを挙げている。これは、パラメータ n の範囲が $1 < n < \infty$ であるのに対し、 m は $0 < m < 1$ の範囲で変化し、 $m \rightarrow 1$ の無限大の急勾配から $m \rightarrow 0$ の勾配 0 の範囲で水分保持曲線の傾きを変えるため、 m の大きさと曲線形状の関係が評価しやすいためである。また、パラメータ α の逆数値は必ずしも空気侵入圧と一致しない。一方、水分保持曲線の変曲点である ψ_0 は、S 字型を示す VG モデルの形状を特徴付け、さらに後述の (11) 式で示す比水分容量 ($= d\theta/dh$) が最大になるときの h として、不飽和水分移動に対する物理的な意味も持つ。

(5) 式の VG モデルの K は、水分飽和から空気侵入圧付近までの緩やかな水分低下に対応して緩やかに減少し、空気侵入圧より低土中水圧力領域では $K-h$ の両対数グラフにおいて直線的な低下を示す。水分保持曲線の傾きが急なローム質砂においては、 K は水分飽和近傍では K_s にほぼ近い値を示し、 $h < -4$ cm で急激に低下する。一方、シルト質粘土では、全土中水圧力領域に対して緩やかに K が低下する。また、水分飽和近傍において K_s からの大きな減少 ($K_s = 4.8$ cm d⁻¹ 対し、 $h = -1$ cm で $K = 0.11$ cm d⁻¹) を示す。この飽和近傍における大きな K の低下については、3.1 節で取り上げる。

2.1.3 Kosugi モデル

BC モデルや VG モデルは、水分保持曲線の実測値への適合を考慮したモデルであるのに対し、Kosugi (1994, 1996) は、土中の間隙径分布に対数正規分布を仮定し、毛管保水に基づく水分保持曲線を提案した (Kosugi モデル)。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\ln(h/h_0)}{\sqrt{2}\sigma} \right] \quad (6)$$

ここで、パラメータ α (> 0) は後述の (16) 式の間隙半径の対数正規分布の幅を表す無次元パラメータ (-), h_0 は有効飽和度 S_e が 0.5 となるメジアン間隙径 r_m (中央値) に対応する土中水圧力 (L), $\operatorname{erfc}(x)$ は余誤差関数 ($= 2/\sqrt{\pi} \int_x^\infty \exp(-u^2) du$) である。このとき、(1) 式に基づく Kosugi モデルの不飽和透水係数は次式で与えられる。

$$K(S_e) = K_s S_e^\ell \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\ln(h/h_0)}{\sqrt{2}\sigma} + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \right] \right\} \quad (7)$$

Fig. 1(e) に Kosugi モデルの水分保持曲線、Fig. 1(f) に不飽和透水係数を示す。(6) 式の Kosugi モデルの水分保持曲線は、VG モデルと同様に S 字型で滑らかに残留体積含水率 θ_r に漸近する形状を示す。 σ は水分保持曲線の傾きに影響を与えるパラメータであり、小さい値ほど傾きが急になり (ローム質砂で 0.95)、大きい値ほど緩やかになる (シルト質粘土で 4.49)。また、 h_0 は有効飽和度 S_e が 0.5 となる土中水圧力であり、粗粒土ほど高土中水圧力に位置し (ローム質砂で -12.5 cm)、細粒土ほど低土中水圧力に位置する (シルト質粘土で -140538 cm)。Kosugi モデルは VG モデルとほぼ同様の形状を示すが、残留体積含水率 θ_r への漸近は Kosugi モデルの方が早く、この特徴は σ が大きく傾きが緩やかな細粒土ほど顕著になる。

(7) 式の Kosugi モデルの不飽和透水係数 K は、 $K-h$ の両対数グラフにおいて上に凸型の形状を示し、低土中水圧力ほど K の低下率が大きくなるのが特徴である。そのため、直線的な減少を示す BC モデルや VG モデルに比べ、低土中水圧力領域の K は小さくなる。また、VG モデルと同様に、水分保持曲線の傾きが急なローム質砂のような粗粒土では、水分飽和近傍は K_s にほぼ近い値を示す。一方、 K の低下が緩やかなシルト質粘土では、高水分量の高土中水圧力領域でも緩やかな透水係数の変化が見られ、飽和近傍においても K_s よりも極端に小さな値 ($K_s = 4.8$ cm d⁻¹ 対し、 $h = -1$ cm で $K = 4.8 \times 10^{-4}$ cm d⁻¹) を示す。この飽和近傍における K_s からの減少は、VG モデルよりも大きい。

2.2 間隙径密度関数

連結モデルの比較や土性による違いを検討するとき、保水と透水の間隙径分布モデルに用いられる間隙半径の密度分布を用いると、それぞれの特徴をわかりやすく示すことができる。しかし、毛管保水に基づく水分保持曲線と毛管内のポアズイユ流れに基づく不飽和透水係数では、間隙半径の与える効果がそれぞれ異なる。そのため、間隙半径の寄与を考慮した密度分布を保水と透水のそれぞれに対して定義する必要がある。

2.2.1.2 種類の密度関数の定義

水分保持曲線における間隙半径の密度分布は、半径 r の間隙に保持される体積含水率の割合に基づいて定義する。有効飽和度 S_e は、最小間隙径 $r_{\min} = 0$ で 0、最大間隙径 r_{\max} で 1 となることを考慮し、 S_e を r で微分した関数を、水分保持曲線に対する半径 r の間隙の寄与を示す確率密度関数 $p_1(r)$ として定義する。

$$p_1(r) = \frac{dS_e}{dr} = \frac{1}{\theta_s - \theta_r} \frac{d\theta}{dr} = \frac{f(r)}{\theta_s - \theta_r} \quad (8)$$

ここで、Mualem (1976)、Kosugi (1994) と同様に $f(r) = d\theta/dr$ とすると、半径が $r \sim r + dr$ の範囲における単位

体積の土中の水分量 $d\theta$ は、 $f(r)dr$ で与えられるので、半径 r 以下の間隙の水分量は次式で表される。

$$\theta(r) = \int_0^r f(r)dr + \theta_r \quad (9)$$

また、間隙半径 r と土中水圧力 h の関係式は、毛管保水のヤング–ラプラスの式で与えられる。

$$h = -\frac{2\gamma\cos\beta}{\rho_w g r} \quad (10)$$

ここで、 γ は水の表面張力 ($= 0.0727 \text{ J m}^{-2}$)、 β は水と土粒子の接触角 ($\approx 0^\circ$)、 ρ_w は水の密度 ($= 998 \text{ kg m}^{-3}$)、 g は重力加速度 ($= 9.8 \text{ m s}^{-2}$) である。

$f(r)$ に (10) 式を代入すると次の関係が導かれる。

$$f(r) = \frac{d\theta}{dh} \frac{dh}{dr} = C_w(h) \frac{dh}{dr} = C_w(h) \frac{2\gamma}{\rho_w g r^2} \quad (11)$$

ここで、 $C_w(h)$ は水分保持曲線の微分で表現される比水分容量 ($= d\theta/dh$) である。BC モデルの $C_w(h)$ と $p_1(r)$ は、(2) 式をそれぞれの関係式に代入すると得られる。

$$C_w(h) = \begin{cases} -\frac{\lambda(\theta_s - \theta_r)}{h_c} \left(\frac{h_c}{h}\right)^{\lambda+1} & h < h_c \\ 0 & h \geq h_c \end{cases} \quad (12)$$

$$p_1(r) = \begin{cases} -\frac{2\gamma\lambda}{\rho_w g r^2 h_c} \left(\frac{h_c}{h}\right)^{\lambda+1} & r < -\frac{2\gamma}{\rho_w g h_c} \\ 0 & r \geq -\frac{2\gamma}{\rho_w g h_c} \end{cases} \quad (13)$$

同様に VG モデルでは、

$$C_w(h) = \frac{\alpha^n (\theta_s - \theta_r) mn (-h)^{n-1}}{[1 + (-\alpha h)^n]^{m+1}} \quad (14)$$

$$p_1(r) = \frac{2\gamma}{\rho_w g r^2} \frac{\alpha^n mn (-h)^{n-1}}{[1 + (-\alpha h)^n]^{m+1}} \quad (15)$$

また、この確率密度関数 $p_1(r)$ に対数正規分布を仮定したのが Kosugi モデルである。

$$p_1(r) = \frac{1}{\sigma r \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(r/r_m)]^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (16)$$

このとき、 $C_w(h)$ は次式で与えられる (Kosugi, 1994)。

$$C_w(h) = \frac{\theta_s - \theta_r}{\sigma (-h) \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(h/h_0)]^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (17)$$

一方、(1) 式の Mualem モデルの不飽和透水係数に対

する間隙半径 r の寄与は、水分保持曲線の場合とは異なる。(1) 式の導出過程で r と $f(r)$ の積の関数で表現される不飽和透水係数 (Mualem, 1976; 小杉, 2007) を、比透水係数 $K_r(-)$ に関して示すと次式となる。

$$K_r = \frac{K(r)}{K_s} = S_e^\ell \left[\frac{\int_0^r r f(r) dr}{\int_0^{r_{\max}} r f(r) dr} \right]^2 = S_e^\ell P(r) \quad (18)$$

ここで、括弧の 2 乗の項を $P(r)$ とする。 S_e^ℓ は間隙の配置と屈曲の影響を補正する項であり、(8)–(10) 式から r の関数として表される。ここで、 $K_r(0) = 0$ 、 $K_r(r_{\max}) = 1$ であることを考慮して、 K_r を r で微分した関数 $p_2(r)$ を、半径 r の間隙の不飽和透水係数に対する寄与を示す分布関数として定義する。

$$p_2(r) = \frac{dK_r}{dr} = S_e^\ell \frac{dP}{dr} + \ell S_e^{\ell-1} \frac{dS_e}{dr} P \quad (19)$$

この $p_2(r)$ は、 $p_1(r)$ と同様に 0 から r_{\max} まで積分した値は 1 であり、確率密度関数の性質を持つ。なお、Mualem の間隙径分布モデルは、単純な異なる間隙径の毛管束モデルではないため、ここで定義した 2 種類の間隙径密度関数 $p_1(r)$ 、 $p_2(r)$ は、ある半径の間隙の本数の確率密度ではなく、あくまで保水性と透水性への寄与率を示す分布である。

2.2.2 各モデルの間隙径密度分布

Fig. 2 に、前述の Fig. 1 に対応する水分保持曲線 $\theta(h)$ に対する間隙半径 r の寄与を表す確率密度関数 $p_1(r)$ 、不飽和透水係数 $K(h)$ に対する r の寄与を表す確率密度関数 $p_2(r)$ を示す。ここで、(19) 式の $P(r)$ に含まれる積分は、 $f(r)$ の計算値を用いて台形則で数値的に行なった。Kosugi モデルは、(8) 式で定義した確率密度関数 $p_1(r)$ に (16) 式の対数正規分布を仮定して、水分保持曲線と不飽和透水係数を導出している。そこで、間隙半径 r の分布と水分移動特性の関係が明解である Kosugi モデルから先に取り上げる。Fig. 2(e) に水分保持曲線に対する確率密度分布 $p_1(r)$ 、Fig. 2(f) に不飽和透水係数 K に対する確率密度分布 $p_2(r)$ を示す。対数正規分布である $p_1(r)$ は、対数軸の r に対して左右対称な正規分布を示す。ここでは、ローム質砂、シルト質土、シルト質粘土を比較するために、縦軸 $p_1(r)$ にも対数軸を用いた。

Kosugi モデルの $p_1(r)$ の形状は、対数正規分布のパラメータである σ (Table 1) と μ で決まり、 σ と μ から求まる統計量で特徴付けられる。ローム質砂、シルト質土、シルト質粘土のモード (mode)、メジアン (median)、平均値 (mean)、分散 (variance)、標本変動係数 (coefficient of variation, CV) を Table 2 に示す。なお、それぞれの統計量と σ と μ の関係は表中に示した (Jury and Horton, 2006)。

細粒土であるほど大きな σ と小さなメジアン半径 r_m を持つことから、モードは小さく、また分散は大きい。特に、粘質土に対しては、 σ は 4 を超えるため、極端に小

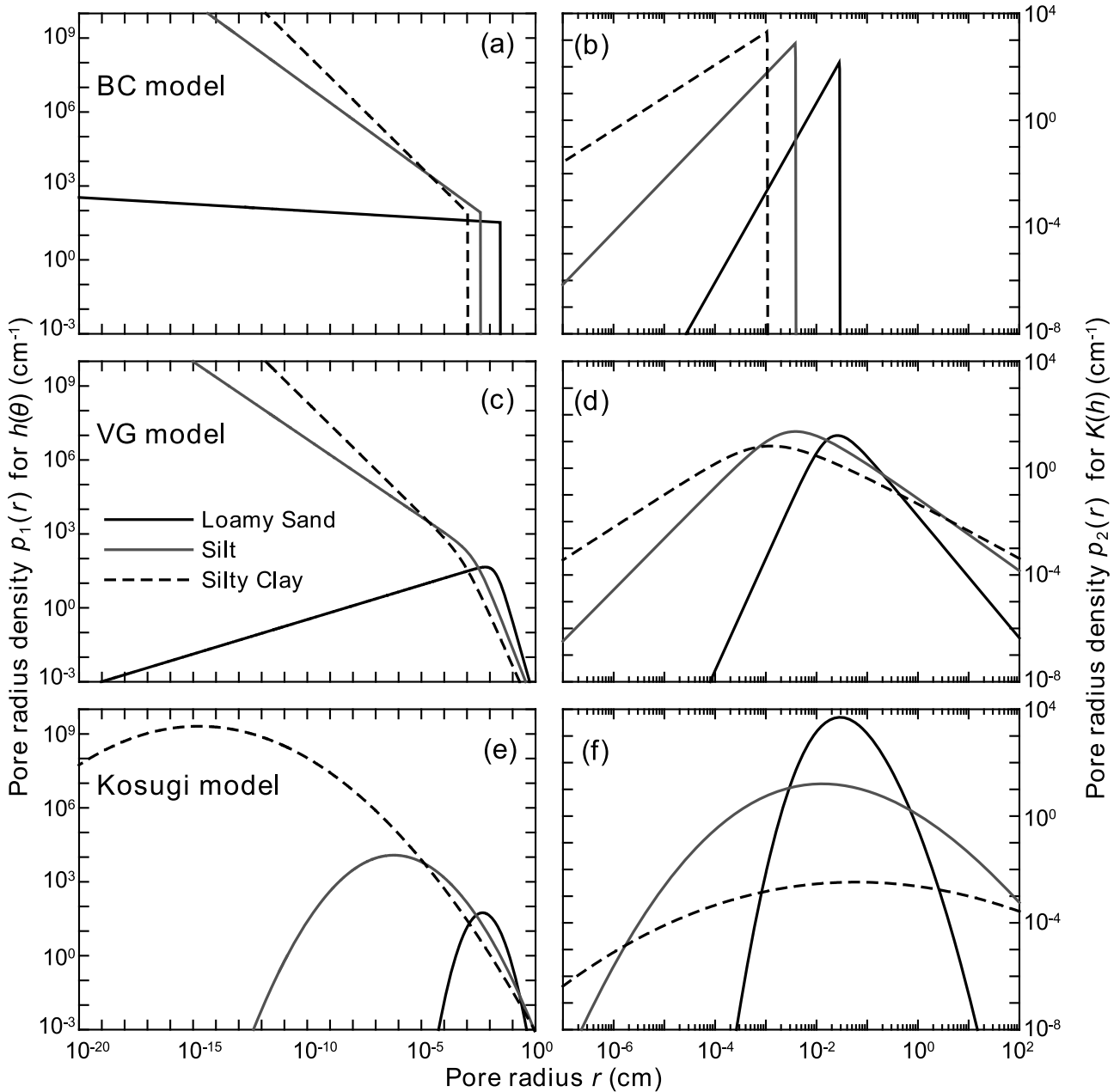


Fig. 2 Brooks and Corey モデル (BC モデル), van Genuchten モデル (VG モデル), Kosugi モデルにおける半径 r の間隙の寄与に関する確率密度関数: (a), (c), (e) 保水性に対する寄与 $p_1(r)$; (b), (d), (f) 透水性に対する寄与 $p_2(r)$. 黒実線はローム質砂, 灰色実線はシルト質土, 黒点線はシルト質粘土.

さいモードに著しく大きなピーク値を持つ. 逆に粗粒土であるほど σ は小さくなるため, モードは大きく, また分散は小さくなり, ピークの値は小さくなる. 縦軸, 横軸ともに対数軸で示しているため, 小さい r の領域が強調して表現されているが, 土性に関わらず密度関数 $p_1(r)$ で囲まれる面積は 1 である. 正規分布では, モード, メジアン, 平均値はすべて等しい値となるが, 対数正規分布では, モード < メジアン < 平均値の順の大きさになる. これは, 対数正規分布が, 通常の軸に対して平均値よりも小さい領域に偏りを持つ非対称な分布であることを示し, σ が大きい細粒土ほどこの非対称性が顕著になる. $p_1(r)$ の分布は, 細粒土ほど CV が極端に大きく, 粗粒土ほど CV が小さくなる. これらの統計量から, 細粒

土ほど小さな間隙を中心に広範囲の間隙径が水分保持に寄与していること, 粗粒土ほど大きな間隙のみが水分保持に寄与していることを示している. そのため, 細粒土ほど傾きが緩やかな水分保持曲線を示し, 粗粒土ほど傾きが急な水分保持曲線を示す. なお, Fig. 2(e) は, 水分子の大きさ (およそ 1.5×10^{-8} cm) よりもはるかに小さい $r = 10^{-20}$ cm の間隙も水分を保持することを示すが, これは, すべての水分が (10) 式に基づき毛管保水されるという仮定による結果である.

Kosugi モデルの $p_2(r)$ は, r の対数軸に対して山型の形状となる. この $p_2(r)$ を 0 から間隙半径 r まで積分した値が, 比透水係数 K_r である. それぞれの土のモードは, ローム質砂で 0.03 cm, シルト質土で 0.01 cm, シルト質粘土で 0.06 cm となり, $p_1(r)$ のモードに比べて大き

Table 2 Kosugi モデルにおける間隙径分布 $p_1(r)$ の統計量.

	mode (cm) $\exp(\mu - \sigma^2)$	median (cm) $2\gamma/\rho_w g h_0$	mean (cm) $\exp(\mu + \sigma^2/2)$	variance (cm ²) $[\exp(\sigma^2) - 1] \exp(2\mu + \sigma^2)$	CV (%) $[\exp(\sigma^2) - 1]^{1/2}$
Loamy Sand	4.83×10^{-3}	1.19×10^{-2}	0.0187	5.11×10^{-4}	121
Silt	6.21×10^{-7}	2.91×10^{-4}	0.00631	1.85×10^{-2}	2163
Silty Clay	1.86×10^{-15}	1.06×10^{-6}	0.0252	3.62×10^5	2386218

な r に位置する. 特に, シルト質粘土の $p_1(r)$ のモードは 1.06×10^{-6} cm (Table 2) であり, 細粒土ほどこの違いは大きい. これは, ポワズイユ流れの仮定から透水性が間隙半径の 2 乗に比例することや, 異なる半径の間隙の配置や屈曲に対する Mualem モデルの仮定から, 保水性の場合に比べ, 大きな間隙の透水性への寄与が小さい間隙に比べてはるかに大きくなるためである. 一方, 大きな r ほど存在確率は小さいため, このバランスから $p_2(r)$ のピークが生じる. また, $p_2(r)$ は $p_1(r)$ と同様にシルト質粘土のような細粒土ほど広範囲の r に分布する. そのため, 小さな r にも $p_2(r)$ が広がりを持つシルト質粘土では, K の低下は緩やかになり (Fig. 1(f)), $p_2(r)$ が狭い範囲の r に限定されるローム質砂では K の低下は急になる. また, シルト質粘土の $p_2(r)$ は, モードが大きな r に存在し, さらに幅広く小さな r から大きな r にも分布を持つことから, 粗大間隙の透水性に対する寄与は他の土性に比べて相対的に高い. シルト質粘土に対する Kosugi モデルにおいて, 飽和近傍で大きな K の低下 (Fig. 1(f)) が生じるのは, 水分保持に対して無視できる存在量の $r = 100$ cm 以上の粗大間隙 (Fig. 2(e)) までもが, 透水性には大きな影響を与えるためである.

Fig. 2(c) に VG モデルの $p_1(r)$, Fig. 2(d) に $p_2(r)$ を示す. ローム質砂の $p_1(r)$ は小さい間隙半径に広がりを持つ山型となり, Kosugi モデルに比べて, 保水性に影響する小さい間隙半径の存在確率が高くなる. 一方, シルト質土とシルト質粘土の $p_1(r)$ は, 小さい r に対して無限大に発散する形状を示す. (15) 式より dp_1/dr を求めると, ローム質砂のような $n > 2$ を持つ傾きが急な水分保持曲線では $r \rightarrow 0$ で $p_1(r) \rightarrow 0$ に収束し, シルト質土やシルト質粘土のような $n < 2$ を持つ傾きが緩やかな水分保持曲線では $r \rightarrow 0$ で $p_1(r) \rightarrow \infty$ に発散することがわかる. 限りなく小さな間隙の存在確率が無限になることは矛盾しているように感じられるが, (9) 式において $r \rightarrow 0$ で $\theta \rightarrow \theta_r$ であるため, 水分保持量に対しては物理的に問題ない. 一方, VG モデルの $p_2(r)$ は, $r \rightarrow 0$ で $p_1(r) \rightarrow \infty$ であるシルト質土やシルト質粘土についても, ピークを持つ山型の形状を示す. 小さい r に対する VG モデルの $p_2(r)$ は, Kosugi モデルに比べ大きくなり, これに基づき低土中水圧力の K も大きな値となる. また, Kosugi モデルと同様に, シルト質粘土のように広範囲の r に $p_2(r)$ が広がる場合, 水分保持には寄与しない大きな r に対しても $p_2(r)$ が分布するため, 飽和近傍で大きな K の低下が生じる (Fig. 1(d)).

Fig. 2(a) に BC モデルの $p_1(r)$, Fig. 2(b) に $p_2(r)$ を示す. BC モデルでは, その空気侵入圧に対応した間隙半

径が最大間隙半径 r_{\max} となり (ローム質砂 0.029 cm, シルト質土 0.0038 cm, シルト質粘土 0.0011 cm), $r \geq r_{\max}$ で $p_1(r) = 0$ となる. また, 小さい r に対する $p_1(r)$ は, いずれの土も無限大に発散する. これは VG モデルと同様に $p_1(r)$ の関数型の性質であり, (13) 式より dp_1/dr を求めると, $\lambda > 1$ では $r \rightarrow 0$ で $p_1(r) \rightarrow 0$ に収束し, $\lambda < 1$ のときは $r \rightarrow 0$ で $p_1(r) \rightarrow \infty$ に発散することがわかる.

いずれの土に対しても乾燥領域に対応する小さい r の $p_1(r)$ は, BC モデル, VG モデル, Kosugi モデルの順に大きい. そのため, 小さい間隙の寄与の大きさに反映して, 残留体積含水率 θ_r への漸近は BC モデルが最も緩やかであり, 続いて VG モデル, Kosugi モデルの順となる. BC モデルの $p_2(r)$ は, $p_1(r)$ と同様に空気侵入圧に対応する r_{\max} 以上では $p_2(r) = 0$ となり, 透水係数に影響を与えない. そのため, Kosugi モデルや VG モデルで生じた飽和近傍での K が大きく低下する問題は BC モデルでは生じない.

2.3 間隙結合係数 ℓ

間隙径分布モデルに含まれる間隙結合係数 ℓ は, 土中間隙の屈曲による影響と間隙同士の連結確率を与える空間的配置の相関を補正する係数である (Mualem, 1976; 小杉, 2007). Mualem は 45 種類の土に対して最も良い適合度を与える値として $\ell = 0.5$ を提示している. そのため, 多くの土を対象にした数値計算においても $\ell = 0.5$ が使われることが多い. しかし, Mualem 自身も ℓ は負の値も取り得るとしており, また Schuh and Cline (1990), Yates et al. (1992) も, 土によって大きく異なることを示している. Schaap and Leij (2000) は, 235 種類の土に対

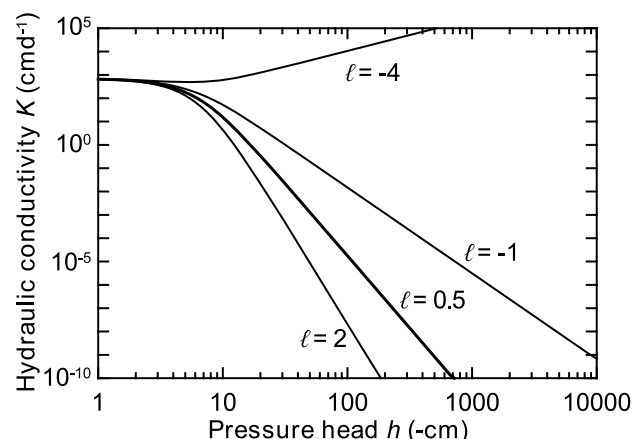


Fig. 3 VG モデルの砂質土における異なる間隙結合係数 ℓ に対する不飽和透水係数.

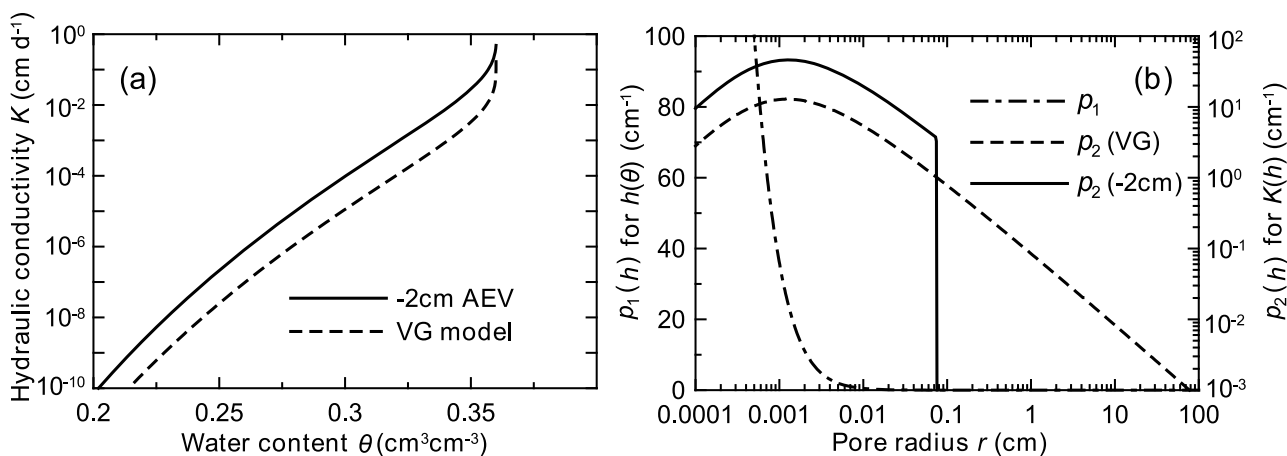


Fig. 4 修正 VG モデルに -2cm の空気侵入値を与えたシルト質粘土の (a) 不飽和透水係数; (b) 透水性に対する確率密度関数 $p_2(r)$. 点線は VG モデル.

して $l = -1$ が最も良く適合することを示している.

Fig. 3 は, Table 1 に示す VG モデルの砂質土において, 異なる l の値に対する不飽和透水係数 K である. l の値が大きいくほど両対数軸上の K の傾きが大きくなり ($l = 2$), K は小さい. 逆に l が小さいほど傾きが小さくなり ($l = -1$), K は大きい. しかし, n が大きく ($n = 2.68$), また極端に l が小さいとき ($l = -4$) のように, パラメータ値の組み合わせ次第で K が増加し得る点は注意が必要である.

また, (1) 式の Mualem モデルにおいて, 飽和透水係数 K_s と l は, 水分保持曲線と独立して与えるパラメータであり, それぞれの土が固有の値を持つ. そのため, 何らかの方法で実測, あるいは推定する必要がある. 特に, マルチステップ法や蒸発法のような逆解析手法では, 水分保持曲線のパラメータ (VG モデルでは $\theta_r, \theta_s, n, \alpha$) に加えて, K_s と l も推定の対象とするべきである (坂井・取出 2007b). また, K の実測データがなく, 第一近似として $l = 0.5$ を用いるときは, Fig. 3 に示すように, l の値によって K のオーダーが大きく変化することは認識する必要がある.

3. 改良モデル

Mualem モデルに基づく水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルは, 水分保持曲線から不飽和透水係数が推定可能であるため, 広く用いられている. しかし, 粘質土の水分飽和近傍で生じる大きな透水係数変化の問題点が知られている. また, ここまで示した 3 種類の水分保持曲線モデルは, 水分量が単調に減少し, 残留体積含水率 θ_r に漸近する関数である. そのため, 体積含水率が 0 に近づく乾燥領域を含む水分領域への適合や, 水分保持曲線が階段状になる団粒構造の発達した土への適合には問題がある. こうした問題の多くは 3 種類の連結モデルに共通する問題であるため, ここでは主に VG モデルについて, 問題点とその修正モデルについて述べる.

3.1 修正 van Genuchten モデル

水分保持曲線の傾きが緩やかな粘質土に対して VG モデルを適用した場合, (4) 式の n は小さい. このとき, (5) 式で表される不飽和透水係数は, 土中水圧力が 0 cm に近い水分飽和近傍で大きく低下する (Fig. 1(d)). Fig. 4(a) は, $n = 1.09$ であるシルト質粘土の不飽和透水係数 K と体積含水率 θ の関係である. このシルト質粘土の場合, $h = 0$ cm, $\theta_s = 0.36$ の飽和透水係数 $K_s = 0.48$ cm d⁻¹ が $h = -2$ cm, $\theta = 0.3599$ において $K = 0.058$ cm d⁻¹ に低下する. しかし, 実際の粘質土の場合, 飽和近傍での土中水圧力変化による水分量変化は極めて小さいため, 不飽和透水係数の変化も小さい. そのため, この飽和近傍の透水係数の大きな変化は, 物理的に妥当ではない. この不飽和透水係数の水分量に対する著しい非線形性は, 乾燥した土への湛水浸潤などの数値計算を不安定にし, 収束を困難にする (Rassam et al., 2004).

Fig. 4(b) に, シルト質粘土の水分保持に対する間隙半径 r の確率密度関数 $p_1(r)$, および透水性に対する間隙密度関数 $p_2(r)$ を示す. 水分保持に対する密度関数 $p_1(r)$ (一点鎖線) は, 間隙半径 $r = 0.01$ cm において 0 に漸近しており, $r > 0.01$ cm の粗大間隙はわずかな水分しか保持していない. ただし, $p_1(r)$ を対数正規分布で与える Kosugi モデルの場合と同様に, VG モデルにおいても $r \rightarrow \infty$ で $p_1(r) \rightarrow 0$ の性質を持ち, 極端に大きい r の存在確率は 0 ではない.

一方で, 透水性に対する密度関数 $p_2(r)$ (黒点線) は, 間隙半径 $r > 0.1$ cm の粗大間隙も透水に寄与することを示している. このように, 空間的にはわずかな存在量である粗大間隙が透水性に対して大きな影響を与えるのは, (18) 式の Mualem モデルの性質により, 大きな間隙半径の寄与が相対的に大きくなるためである. シルト質粘土のように水分保持曲線の傾きが緩やかな場合 (VG モデルでは小さい n 値の場合), 砂質土に比べて相対的に粗大間隙の存在確率が高いために, $p_2(r)$ の分布は広範囲の間隙半径に広がり, 粗大間隙が飽和近傍の透水性

に大きく寄与する．そのため，Fig. 4(a) に示した飽和近傍の著しい透水係数の低下が生じる．同様の問題は，同じく末広がりな $p_2(r)$ の形状を持つ Fig. 2(f) の Kosugi モデルにも見られる．なお，空気侵入圧以上では飽和体積含水率で一定な BC モデルでは，この問題は生じない (Fig. 2(b)).

この飽和近傍の透水係数の急減の問題は，BC モデルのように最大の間隙径を設定する，すなわち空気侵入圧を設けることで回避することができる．Vogel and Cislerova (1988) は，空気侵入圧を持つ修正 VG モデルを提案している．

$$\theta = \begin{cases} \theta_r + (\theta_m - \theta_r)(1 + |\alpha h|^n)^{-m} & h < h_e \\ \theta_s & h \geq h_e \end{cases} \quad (20)$$

$$K(S_e) = \begin{cases} K_s S_e^\ell [F(\theta)/F(\theta_s)]^2 & h < h_e \\ K_s & h \geq h_e \end{cases} \quad (21)$$

$$F(\theta) = \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_m - \theta_r} \right)^{1/m} \right]^m \quad (22)$$

ここで， h_e は空気侵入圧 (L)， θ_m は仮想的な飽和体積含水率 ($L^3 L^{-3}$) であり，(20) 式上段の式において $\theta = \theta_s$ を与える h が h_e となる．HYDRUS (Šimůnek et al., 2008) では特に，仮想的な空気侵入圧を -2cm とするオプションがある (Rassan et al., 2004)．Fig. 4(a) に -2cm の空気侵入圧を持つ修正 VG モデルの不飽和透水係数 K を示し，Fig. 4(b) に $p_2(r)$ を示す．このとき，間隙半径 r は $h_e = -2\text{cm}$ に対応する 0.074cm で最大となり，それより大きな r は存在しないため，飽和体積含水率 ($\theta_s = 0.36$) 近傍における K の低下は解消される．仮想的な -2cm の空気侵入圧を与えることで -2cm までの水分量は θ_s となるが，この変化はわずかであり ($\theta_m = 0.3602$ ， $\theta_s = 0.36$)，水分保持曲線の形状にはほとんど影響を与えない．ただし，Fig. 4(a) に示すように，空気侵入圧を設定した修正 VG モデルの K は，VG モデルに比べて全水分領域において 1 オーダー近く大きな値となる点は注意が必要である．

修正 VG モデルでは，飽和近傍の K の極端な非線形性が回避されるため，飽和領域を含む水分移動の数値計算を安定して行なうことができる．しかし， K を大きく変化させる仮想的な空気侵入圧 h_e を決定する物理的根拠を与えることは難しい．現状では，修正 VG モデルを粘質土の K の実測値に適合する場合や，逆解析法で修正 VG モデルのパラメータを推定する場合は， h_e を -2cm 程度で固定し，飽和透水係数 K_s や間隙結合係数 ℓ を推定することが妥当であると考えられる．

3.2 Fayer and Simmons モデル

多くの水分保持曲線は，体積含水率 θ がある一定の最小値に漸近する形状を示す．そのため，ここまでに示した BC モデル，VG モデル，Kosugi モデルでは，残留体

積含水率 θ_r を最小水分量として定義する．しかし，実際の乾燥領域の水分保持特性は， θ_r よりさらに低下して絶乾状態で 0 となる．また，有効飽和度 S_e の関数である (1) 式から導いた透水係数は， θ_r 以下の水分量は透水に関与しない不動水と見なす．すなわち， θ_r 以下の水分量の透水を無視する．しかし，実際には乾燥領域であっても，水蒸気移動以外にも土中水圧力勾配により液状水移動が生じるため， θ_r を定義することは低水分領域の不飽和透水係数を過小評価する (坂井・取出, 2007a)．そのため，この仮想的な漸近値である θ_r は，水分保持曲線の形状を決めるパラメータであるが，さらに透水係数も変化させるパラメータである (小杉, 2007)．

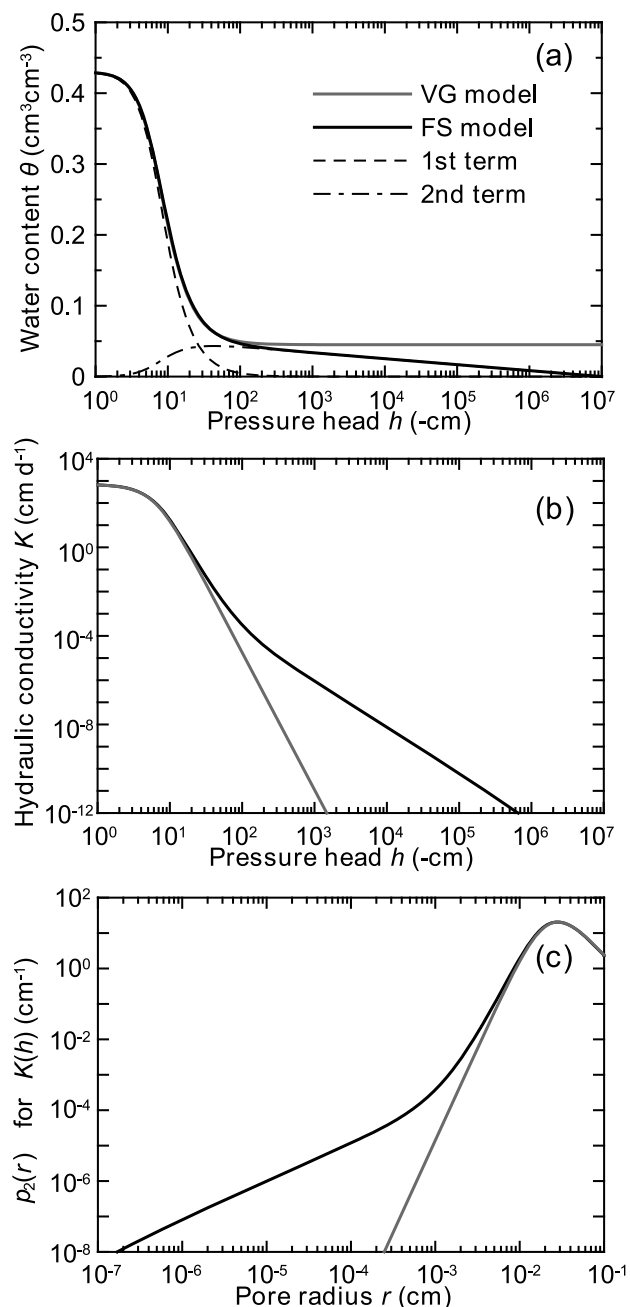


Fig. 5 砂質土に対する FS モデルの (a) 水分保持曲線; (b) 不飽和透水係数 (黒実線); (c) 透水性に対する確率密度分布 $p_2(r)$. 点線は (24) 式右辺第 1 項，一点鎖線は第 2 項，灰色実線は VG モデル．

Fayer and Simmons (1995) は、高水分領域の間隙保水に対して、低水分領域の土粒子表面の吸着保水を考慮し、炉乾燥に対応する土中水圧力 $h = -10^7$ cm で $\theta = 0$ となるように VG モデルと BC モデルの θ_f を修正したモデルを提案した。VG モデルを修正したモデルは次式で表される (以下、FS モデル)。

$$S_e = \frac{\theta}{\theta_s} = \left(1 - \chi(h) \frac{\theta_a}{\theta_s}\right) (1 + |\alpha h|^n)^{-m} + \chi(h) \frac{\theta_a}{\theta_s} \quad (23)$$

ここで、 θ_a は水分保持曲線の形状を与えるパラメータ ($L^3 L^{-3}$) であり、 $\chi(h) = 1 - \ln(-h)/\ln(-h_m)$ である。 h_m は 105 ~ 110 °C で相対湿度 50 % の乾燥炉に対応する土中水圧力として -10^7 cm を与える (Rossi and Nimmo, 1994)。パラメータ θ_a は、 $h = -1$ cm に対して (23) 式の右辺第 2 項が示す体積含水率であり、低土中水圧力における水分保持曲線の傾きに影響を与えるパラメータである。Fig. 5(a) は、Carsel and Parrish (1988) が示す砂質土に対する VG モデルの水分保持曲線 (Table 1)、およびパラメータ θ_s , α , n を固定し、 $h > -100$ cm 程度で VG モデルと一致するように θ_a を決めた Fayer モデルの水分保持曲線である ($\theta_s = 0.43$, $\theta_a = 0.059$, $\alpha = 0.145$, $n = 2.68$)。VG モデルが低土中水圧力領域において $\theta_f = 0.045$ で一定となるのに対し、FS モデルの θ は、 h の対数軸に対して $h = -60$ cm 程度から直線的に減少する形状となる。

また、(23) 式は、2 種類の吸着形態の成分に分離して表現できる (坂井・取出 2007b)。

$$S_e = \frac{\theta}{\theta_s} = (1 + |\alpha h|^n)^{-m} + \left[1 - (1 + |\alpha h|^n)^{-m}\right] \chi(h) \frac{\theta_a}{\theta_s} \quad (24)$$

ここで右辺第 1 項は $\theta_f = 0$ とした VG モデルの間隙保水の成分を表し (Fig. 5(a), 点線)、高土中水圧力領域で支配的であり、 $h = -100$ cm 程度で 0 となる。また、右辺第 2 項は表面吸着保水の成分を表し (Fig. 5(a), 一点鎖線)、低土中水圧力領域で支配的となり、対数軸上での直線的な減少を表現する。

Fayer and Simmons (1995) は、(23) 式を (1) 式の Mualem モデルに代入して積分し、閉形式の不飽和透水係数を示している (解は原著論文を参照)。Fig. 5(b) に FS モデルの不飽和透水係数を示す。不飽和透水係数は、 $K-h$ の両対数軸上で直線的に減少する VG モデルに対し、 $h = -100$ cm 程度で傾きが変化し緩やかになる形状となる。Tuller and Or (2001) は、高水分領域の間隙流による透水に対して、 θ_f に近い低水分領域では膜流による透水が卓越するため、不飽和透水係数-土中水圧力の両対数グラフ上の傾き ($\log_{10} K / \log_{10} h$) が異なることを示している。FS モデルは、残留体積含水率 θ_f を補

正するために提案されたモデルであり、ここで導かれた FS モデルの不飽和透水係数は、Mualem モデルに基づくため、実際に低水分領域の膜流の効果を反映してはいない。しかし、Mualem モデルによる不飽和透水係数が、2 種類の異なる透水形態を反映した Tuller and Or (2001) のモデルと同様の形状を示す点は興味深い。坂井・取出 (2007b) は、砂質土の水分蒸発過程に対して FS モデルを適用して逆解析を行ない、間隙結合係数 l を含めた推定を行なうことで、VG モデルに比べて低水分領域の不飽和透水係数の推定を大きく向上できることを示している。また、乾燥した砂質土への水蒸気凝縮過程に対する数値解析からも、FS モデルの有用性が示されている (Sakai et al., 2009)。

Fig. 5(c) は、(19) 式から導かれる FS モデルと VG モデルの透水性に対する間隙径密度関数 $p_2(r)$ と間隙半径 r の関係である。FS モデルにおいては、 $\theta_f = 0$ として (19) 式を計算した。 $r > 0.005$ cm の大きな間隙の透水性への寄与は VG モデルと FS モデルの間に差は見られない。しかし、FS モデルの小さな間隙は、VG モデルに比べてその存在確率が高いため、小さな間隙の寄与が支配的になる低土中水圧力領域で、透水係数の低下が緩やかになる。

乾燥領域では、液状水移動に加え水蒸気移動も生じるが、極端に乾燥した領域以外での液状水移動は水蒸気移動に比べて小さくはなく、不飽和透水係数の正しい推定は依然として重要である (Sakai et al., 2008)。水分保持曲線のみを比較した場合、VG モデルと FS モデルの間に大きな体積含水率の違いはないが、透水係数では大きな差が生じる。たとえば、 $h = -1000$ cm における水分量の差は 0.01 程度だが、透水係数では 10^5 倍もの差として現れる。高水分領域のみを対象とした数値計算では VG モデルを用いることに問題ないが、水分変化が $h = -1000$ cm 程度の低水分領域を含む広範囲である場合は、低水分領域の水分保持曲線への適合も検討して水分移動特性モデルを選択する必要がある。特に、比較的高土中水圧力で θ_f に近づく砂質土に対して、FS モデルは適したモデルである。

3.3 Durner モデル

ここまで示した水分移動特性モデルは、水分保持曲線が単調に減少し、一部の条件で密度関数 $p_1(r)$ が無限大に発散する場合も含めて、水分保持曲線および透水係数における間隙径密度関数 $p_1(r)$ と $p_2(r)$ が単一なピーク値を持つ山型モデルである (unimodal モデル)。一方、マクロポアや団粒構造が発達している土においては、異なる複数の間隙構造が存在し、BC モデル、VG モデル、Kosugi モデルなどの山型モデルでは表現できない。たとえば、団粒構造が発達した土では、団粒があたかも大きな一つの土粒子の様に振る舞い、団粒間隙にも高土中水圧力で水分が保持される。そのため、大きな団粒間隙と小さな団粒内間隙に大別される 2 つの異なる領域に水分が保持され、2 段階、あるいは多段階の階段状の水分保持曲線を示すことが知られている (徳本ら, 2005)。

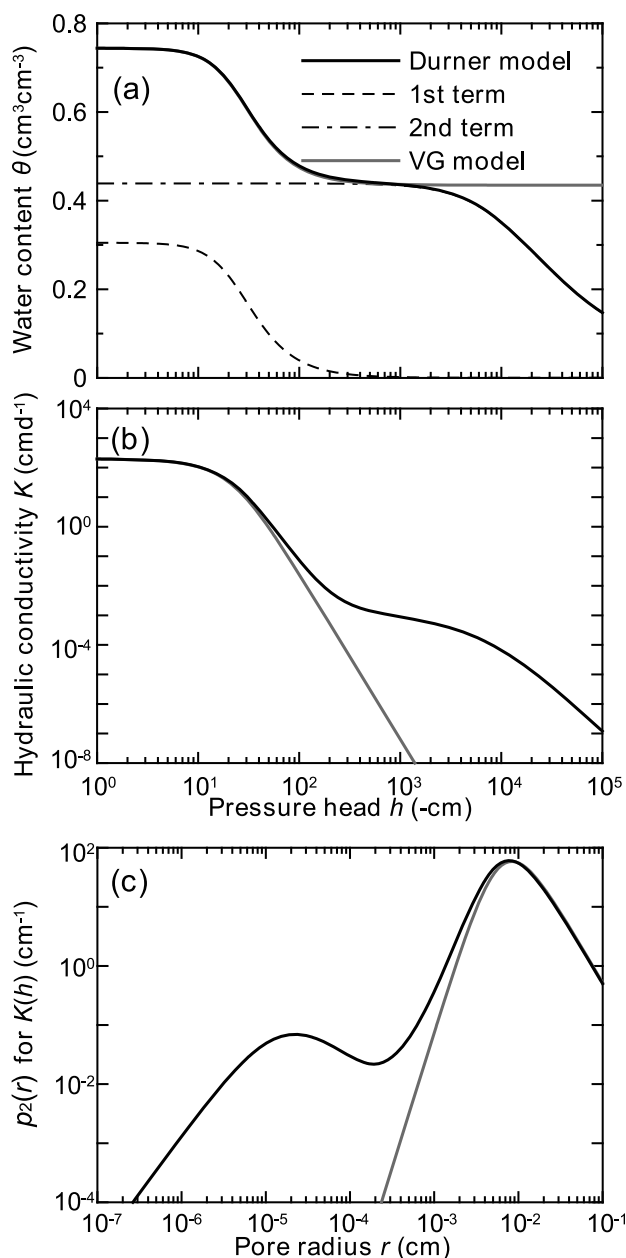


Fig. 6 Durner モデルの (a) 水分保持曲線; (b) 不飽和透水係数; (c) 透水性に対する確率密度分布 $p_2(r)$. 点線は (25) 式右辺第 1 項, 一点鎖線は第 2 項, 灰色実線は VG モデル.

Durner (1994) は, 複数の VG モデルを足し合わせることで, 階段状の水分保持曲線モデルを提案した (multimodal モデル). ここでは特に, 団粒内外の 2 種類の保水形態を想定し, 2 つの VG モデルを結合した Durner モデル (あるいは bimodal モデル) を示す.

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = w_1 (1 + |\alpha_1 h|^{n_1})^{-m_1} + w_2 (1 + |\alpha_2 h|^{n_2})^{-m_2} \quad (25)$$

ここで, α_i (L⁻¹), n_i (-), $m_i (= 1 - 1/n_i)$ は曲線の形状を与えるパラメータ, 下添え字 1, 2 はそれぞれの相を指し, w は重み係数で $w_1 + w_2 = 1$ である.

Fig. 6(a) に Durner モデルによる水分保持曲線の例を (25) 式の右辺第 1 項と第 2 項と共に示す ($\theta_s = 0.744$,

$\theta_r = 0.001$, $\alpha_1 = 0.041$, $n_1 = 2.44$, $\alpha_2 = 0.0001$, $n_2 = 1.47$, $w_2 = 0.59$). 第 1 項の VG モデルは, 空気侵入圧 $h = -25$ cm 程度 ($\approx 1/\alpha$) と比較的大きな n_1 値による急な勾配を持つ団粒間の大きな間隙における間隙保水を表し, $h = -200$ cm 程度までですべての水分が排水する. 一方, 第 2 項は団粒内保水を表し, $h = -10^4$ cm 程度 ($\approx 1/\alpha$) から排水が始まり, また比較的小きな n_2 値による緩やかな勾配を持つ保水曲線を与える. そして, これらを重ね合わせることで, 2 段の階段状の水分保持曲線を表現する.

Priesack and Durner (2006) は, (25) 式を (1) 式の Mualem モデルに代入し, 次式の閉形式解を導いた.

$$K(S_e) = K_s (w_1 S_{e1} + w_2 S_{e2})^\ell \times \frac{\left\{ w_1 \alpha_1 \left[1 - \left(1 - S_{e1}^{1/m_1} \right)^{m_1} \right] + w_2 \alpha_2 \left[1 - \left(1 - S_{e2}^{1/m_2} \right)^{m_2} \right] \right\}^2}{(w_1 \alpha_1 + w_2 \alpha_2)^2} \quad (26)$$

Fig. 6(b) は, Fig. 6(a) の水分保持曲線に対して $K_s = 200$ cm d⁻¹, $\ell = 0.5$ としたときの不飽和透水係数 K である. また, Fig. 6(c) は, 他のモデルと同様に (19) 式の透水性に対する間隙径密度関数 $p_2(r)$ と間隙半径 r の関係を示す. 不飽和透水係数は水分保持曲線に対応して階段状を示し, また, $p_2(r)$ は $r = 0.008$ cm と $r = 2 \times 10^{-5}$ cm 付近において 2 つのピークを持つ. これは, 高土中水圧力領域 ($h > -200$ cm) では団粒間の大きな間隙が支配的に透水性に影響を与え, 低土中水圧力領域 ($h \leq -200$ cm) では団粒内の小さな間隙が支配的であることを反映している.

対象とする団粒土の水分移動が比較的湿潤な範囲に限られるとき, 高水分領域のみに適合した VG モデルを用いることは, 一見妥当に思われる. Fig. 6(a) には, Durner モデルの 1 段目の水分保持領域のみに VG モデルを適合した結果を併記した ($\theta_s = 0.744$, $\theta_r = 0.435$, $\alpha = 0.041$, $n = 2.44$). 団粒内保水に対応する 2 段目の水分量を θ_r として与えると, VG モデルは $h = -1000$ cm 程度までの高土中水圧力領域の水分保持曲線にはよく適合する. しかし, Fig. 6(b) の不飽和透水係数は $h = -40$ cm 以下で Durner モデルよりも小さくなり, 団粒間間隙の排水した $h = -200$ cm 以下では, さらに Durner モデルとの差が拡大する. Fig. 6(c) の透水性に対する間隙径密度関数 $p_2(r)$ を見ると, 団粒内間隙に対応する小さな半径の間隙が, VG モデルの方が極端に少ない. 3.2 節で示した様に, VG モデルは, 砂質土の θ_r に近い領域において過小な不飽和透水係数を与え, 団粒土の場合には, 団粒内を不動水とみなすため, 団粒間保水が支配的な範囲における不飽和透水係数を著しく過小に与える.

このように, 高水分領域の水分保持曲線の適合のみがよくても, 連結モデルの与える不飽和透水係数とその水分領域で適切であるとは限らない. 前述 3.2 節の砂質土に対する FS モデルと同様に, 不飽和透水係数を正しく

推定するためには、低水分領域を含む広水分範囲の水分保持曲線を正確に測定し、それに良く適合する水分保持曲線のモデルを選択する必要がある。パラメータが多い Durner モデルは、それぞれのパラメータの決定が難しい問題は残るが、様々な形状の水分保持曲線に対して柔軟に適合できる優れたモデルである。そのため、Durner モデルは、前述の VG モデルや FS モデルなども包括するモデルと位置づけることもできる。

4. おわりに

数値計算を用いて土中の水分移動を正しく予測するためには、対象となる土性、水分領域に適した水分保持曲線と不飽和透水係数を与える水分移動特性モデルの選択が必要不可欠である。本解説では、間隙径分布に基づく Mualem の不飽和透水係数推定モデルから導かれる代表的な水分保持曲線—不飽和透水係数連結モデルについて解説を行なった。

BC モデルは、空気侵入圧をパラメータで与えるモデルであるため、明確な空気侵入圧を示す粒径が均一な土の水分保持曲線に対して適合がよい。ただし、飽和領域で水分保持曲線の傾きが 0 であるため、数値計算が不安定になり得ることは注意する必要がある。VG モデルと Kosugi モデルの水分保持曲線は、ともに S 字型で滑らかな形状を示し、多くの土に対して適合がよい。VG モデルと Kosugi モデルの違いは、主に低土中水圧力領域に見られ、Kosugi モデルに比べ VG モデルの方が残留体積含水率 θ_r への漸近が緩やかであり、その領域の不飽和透水係数は大きくなる。

それぞれの連結モデルの特性を比較検討するため、水分保持曲線と不飽和透水係数に対する間隙半径 r の寄与を表す 2 種類の確率密度関数を定義した。特に、保水性の確率密度関数 $p_1(r)$ に対数正規分布を仮定する Kosugi モデルに対しては、分布の統計量を求めて検討した。粗粒土は、大きな間隙のみが水分保持に寄与するのにに対して、細粒土では、小さな間隙を中心に広範囲の間隙径が水分保持に寄与している。透水性の確率密度関数 $p_2(r)$ は、透水性が r の 2 乗に比例するポワズイユ流れの性質と異なる半径の間隙の配置や屈曲に対する Mualem モデルの仮定から、保水性に比べ大きな r の寄与がはるかに大きいことを反映した分布となる。一方、大きな r ほど存在確率は小さいため、この両者のバランスから $p_2(r)$ には、比較的大きな r 値にピークが生じる。

水分保持曲線から不飽和透水係数が推定可能である連結モデルは、利用しやすく、広く用いられているが、いくつかの問題点も指摘されているため、その改良モデルについて示した。粘質土に対する VG モデルや Kosugi モデルでは、水分飽和近傍に現実的でない不飽和透水係数の大きな低下が生じる。修正 VG モデルは、最大間隙半径を設定し、仮想的な空気侵入圧を設けることでこの問題を解決しているため、細粒土に対して適したモデルである。一方、残留体積含水率 θ_r に漸近するモデルでは、低水分領域の不飽和透水係数を過小評価する。FS モデ

ルは、絶乾状態で体積含水率が 0 となるように VG モデルの残留体積含水率 θ_r を修正することで、低水分領域での透水係数の低下を緩やかにすることを実現している。そのため FS モデルは、高土中水圧力で水分が低下して θ_r に近づく粗粒土に対して適したモデルである。2 段の階段状の水分保持曲線を示す団粒土に対しては、Durner モデルを解説した。Durner モデルでは、できる限り広水分範囲の水分保持曲線の測定値に適合し、保水性に関するパラメータを決定する必要がある。また、水分保持曲線に対して良い適合が得られると、団粒内外の透水性を反映し、不飽和透水係数の推定精度も向上することができる。

Carsel and Parrish (1988) は、USDA (アメリカ農務省) の区分法による各種の土性について、VG モデルのパラメータ (θ_r , θ_s , α , n , K_s) の平均値をまとめている。これらの既に用意されているパラメータは、たとえば数値計算で異なる土性による違いを試算する上で非常に便利である。また、Rosetta Lite (Schaap et al., 1998) のように、土壤データベースに基づいて VG モデルのパラメータを推定するペドトランスファー関数による方法もある。しかし、これらはアメリカ国内の土壤データベースに基づいた平均的なものであり、必ずしも我が国の土に対応するものではないことは注意が必要である。さらに、マルチステップ法や蒸発法のような逆解析法や、ペドトランスファー関数による推定においても、対象とする土に応じて適切な水分移動特性モデルを選択することが重要である。

引用文献

- Brooks, R.H., and Corey, A.T. (1964): Properties of porous media affecting fluid flow. *J. Irrig. Drainage Div., ASCE Proc.* 72(IR2): 61–88.
- Burdine, N. T. (1953): Relative permeability calculations from pore-size distribution data. *Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.*, 198: 71–77.
- Campbell, G.S. (1987): パソコンで学ぶ土の物理学 (中野政詩, 東山勇監訳), 鹿島出版会, 東京.
- Carsel, R.F. and Parrish, R.S. (1988): Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics, *Water Resour. Res.* 24: 755–769.
- Durner, W. (1994): Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resour. Res.*, 30: 211–223.
- Eching, S.O. and Hopmans, J.W. (1993): Optimization of hydraulic functions from transient outflow and soil water pressure data. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57: 1167–1175.
- Fayer, M.H. and Simmons, C.S. (1995): Modified soil water retention functions for all matric suctions. *Water Resour. Res.*, 31: 1233–1238.
- Jury, W.A. and Horton, R. (2006): 土壌物理学—土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用— (取出伸夫 監訳: 井上光弘・長裕幸・西村拓・諸泉利嗣・渡辺晋生訳), pp.290–292, 築地書店, 東京.

- Kosugi, K. (1994): Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. *Water Resour. Res.*, 30: 891–901.
- Kosugi, K. (1996): Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.*, 32: 2697–2703.
- 小杉賢一朗 (2007): 古典を読む: Y. Mualem 著「不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて」ならびに M. Th. van Genuchten 著「不飽和土壌の透水係数を推定する閉形式解について」, *土壌の物理性*, 106: 105–112.
- Mualem, Y. (1976): A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, 12: 513–522.
- Priesack, E. and Durner, W. (2006): Closed-form expression for the multi-modal unsaturated conductivity function. *Vadose zone J.*, 5: 121–124.
- Rassam, D., Šimůnek, J. and van Genuchten, M. Th. (2004): HYDRUS-2D による土中の不飽和流れ計算 (取出伸夫・井上光弘 監訳), 農業土木学会土壌物理研究部会 HYDRUS グループ, 東京.
- Rossi, C. and Nimmo, J.R. (1994): Modeling of soil water retention from saturation to oven dryness. *Water Resour. Res.*, 30: 701–708.
- 斎藤広隆, 坂井 勝, J. Šimůnek, 取出伸夫 (2006): 不飽和土中の水分移動モデルにおける境界条件, *土壌の物理性*, 104: 63–73.
- 坂井 勝, 取出伸夫 (2007a): 蒸発法における不飽和水分移動特性推定の最適条件の検討, *土壌の物理性*, 106: 33–46.
- 坂井 勝, 取出伸夫 (2007b): 砂質土と団粒土に対する水分移動特性関数の検討, *土壌の物理性*, 107: 63–77.
- Sakai, M., Toride, N., and Šimůnek, J. (2009): Water and vapor movement with condensation and evaporation in a sandy column. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 73: 707–717.
- Schaap, M.G., and Leij, F. J. (1998): Database-related accuracy and uncertainty of pedotransfer functions. *Soil Sci.*, 163: 765–779.
- Schaap, M.G., and Leij, F.J. (2000): Improved prediction of unsaturated hydraulic conductivity with the Mualem-van Genuchten model. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 64: 843–851.
- Schuh, W.M., and Cline, R.L. (1990): Effect of soil properties on unsaturated hydraulic conductivity pore-interaction factors. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 54: 1509–1519.
- Šimůnek, J., Wendroth, O., and van Genuchten, M.Th. (1998): Parameter estimation analysis of the evaporation method for determining soil hydraulic properties. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 62: 894–905.
- Šimůnek, J., M. Šejna, H. Saito, M. Sakai, and M. Th. van Genuchten, 2008. The HYDRUS-1D software package for simulating the movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media, Version 4.0, HYDRUS Software Series 3, Dep. of Environmental Sciences, Univ. of California Riverside, Riverside, CA, USA.
- Tuller, M. and Or, D. (2001): Hydraulic conductivity of variably saturated porous media. *Water Resour. Res.*, 37: 1257–1276.
- 徳本家康, 取出伸夫, 井上光弘 (2005): 団粒構造を持つ黒ボク土の溶質分散について, *水文・水資源学会誌*, 18 (4): 401–410.
- van Genuchten, M.Th. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44: 892–898.
- van Genuchten, M.Th., Leij, F.J., and Yates, S.R. (1991): The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils, Report No. EPA/600/2-91/065, R. S. Kerr Environmental Research Laboratory, U. S. Environmental Protection Agency, Ada, OK.
- Vogel, T. and Cislerova, M. (1988): On the reliability of unsaturated hydraulic conductivity calculated from moisture retention curve. *Transport in Porous Media*, 3: 1–15.
- Yates, S.R., van Genuchten, M.Th., Warrick, A.W., and Leij, F.J. (1992): Analysis of measured, predicted, and estimated hydraulic conductivity using the RETC computer program. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56: 347–354.

要 旨

水分保持曲線と不飽和透水係数の水分移動特性モデルについて, Mualem の水分保持曲線–不飽和透水係数連結モデルによる代表的なモデルを解説した. まず, Brooks and Corey モデル, van Genuchten モデル, Kosugi モデルを取り上げ, 水分保持曲線, 不飽和透水係数に対する間隙半径の寄与を表す 2 種類の確率密度関数を定義し, 各モデルの特徴, モデルを適用する上での注意点について整理した. さらに, 水分飽和近傍の不飽和透水係数を修正した修正 van Genuchten モデル, 残留体積含水率を補正して低水分領域の不飽和透水係数を改良した Fayer and Simmons モデル, 団粒土の階段状の水分保持曲線を表現した Durner モデルについて示し, 各モデルの特徴や適用範囲について解説した.

キーワード: 水分保持曲線, 不飽和透水係数, 間隙径密度関数, 数値計算