

砂質土と団粒土に対する水分移動特性関数の検討

坂井 勝*・取出伸夫*

Soil Water Hydraulic Functions for a Sandy Soil and an Aggregated Soil

Masaru SAKAI* and Nobuo TORIDE*

Abstract

The Fayer and Durner models, which modified the water retention curve of the van Genuchten (VG) model, combined with the statistical pore-size distribution model of Mualem were used to predict unsaturated hydraulic conductivity functions of Tottori dune sand and aggregated Kumamoto Andisol. Parameters of the Fayer and Durner models, as well as the VG model, were inversely estimated with the evaporation method. The Fayer model well described unsaturated hydraulic conductivity for the dune sand reflecting pore water retention for higher water contents and absorbed water retention on the surface of soil particles for lower water contents. The Durner model was suitable to the Andisol whose hydraulic properties were strongly affected with the distinct the aggregated structure. The Mualem model can predict unsaturated hydraulic conductivity for a wide range of soil water pressure when an appropriate model is used for the water retention curve and the pore-connectivity coefficient, l is estimated. Furthermore, it was also suggested that we need to use an appropriate soil water retention function to predict unsaturated hydraulic conductivity for much smaller pressure heads than the minimum pressure head observed during the evaporation experiment.

Key words : soil water hydraulic function, Mualem model, Fayer model, Durner model, evaporation method

1. はじめに

土の水分移動特性は、体積含水率 θ と土中水圧力 h (以下、圧力) の関係である水分保持曲線と、 θ や h の関数である不飽和透水係数で与えられる。リチャーズ式に初期条件、境界条件を与え、数値計算によって土中の不飽和水分移動を予測する場合、水分保持曲線と不飽和透水係数をそれぞれ連続的な関数で表現する必要がある。この水分保持曲線と不飽和透水係数の両者を数理モデルにより表現した関数は、水分移動特性関数 (soil water hydraulic function) とよばれている (Jury and Horton, 2006)。

水分保持曲線については、多くのモデルが提案されている。広く知られたモデルである Brooks and Corey (1964) の水分保持曲線関数は、明確な空気侵入圧を示す。また、van Genuchten (1980) のモデルは、S 字型

のなめらかな形状を示すため、実測値に対する適合性が高く、最も広く用いられている。Kosugi (1996) は、対数正規分布で表現した間隙径分布の毛管保水に基づく物理的なモデルを示している。

水分保持曲線が比較的容易に測定できるのに対し、不飽和透水係数の測定は、多くの労力と時間を要する。特に、低水分領域の不飽和透水係数の測定は非常に困難である。そこで、古くから水分保持曲線に基づいて不飽和透水係数を推定する試みが行われてきた。その多くは、土の保水性を土の間隙径分布と毛管保水で表現し、さらに毛管内のポワズイユ流れを仮定することにより不飽和透水係数を推定する間隙径分布モデルである (Childs and Collis-George, 1950; Burdine, 1953; Mualem, 1976; Jury and Horton, 2006)。このような水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルは、不飽和透水係数の情報が限られている場合においても物理的根拠に基づいた

*三重大学大学院生物資源学研究所 〒514-8507 三重県津市栗真町屋町 1577

キーワード: 水分移動特性関数, Mualem モデル, Fayer モデル, Durner モデル, 蒸発法

不飽和透水係数の推定を可能にする上、水分保持曲線関数と不飽和透水係数関数を別個に与える場合に比べて少ないパラメータ数で土の水分移動特性関数を表現できるため、有用性が高い(小杉, 2007)。特に、近年広く用いられているマルチステップ法や蒸発法といった水分移動特性関数の逆解析手法においても、少ないパラメータ数で水分移動特性を表現することは、解の収束性という点で重要である(Eching and Hopmans, 1993; Šimůnek *et al.*, 1998; 坂井・取出, 2007)。

Mualem (1976) の提案した間隙径分布モデルは、モデル中の積分から解析解が得やすいように数学的利便性を求めて工夫された関数型で表現されている(小杉, 2007)。van Genuchten (1980) は、水分保持曲線関数を Mualem モデルに代入し、不飽和透水係数関数を解析的な閉形式解 (closed-form) により表現した。この van Genuchten の導いた水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデル (以下 VG モデル) は、他のモデルに比べて単純な関数であり、また、数値計算に相性のよいなめらかな関数であるため、最も広く用いられている(小杉, 2007)。

しかし、VG モデルの不飽和透水係数に関してもいくつかの問題点が指摘されており、修正モデルが提案されている。VG モデルの水分保持曲線関数は、残留体積含水率 θ_r を定義し、圧力の低下に伴い θ_r に漸近する関数型で表現される。 θ_r は水分移動に関与しない不動水と仮定しているため、VG モデルは θ_r に近づいた低水分領域において、不飽和透水係数を過小評価することが指摘されている(Tuller and Or, 2001; 小杉, 2007)。特に、高い土中水圧力で水分が急激に低下して θ_r に漸近する砂質土では、VG モデルが不飽和透水係数を正しく評価できる圧力範囲は非常に狭い。Fayer and Simmons (1995) は、乾燥領域において θ_r に漸近するのではなく、圧力が -10^7 cm のときに水分量が 0 となるように、VG モデルの残留体積含水率 θ_r を修正した水分移動特性関数を示した。

また、水分保持曲線が S 字型の形状を示す VG モデルでは、保水性と透水性を適切に表現できない土も存在する。たとえば、団粒構造が発達した土では、団粒間隙と団粒内間隙における水分保持特性が異なるため、2 段階の階段状の水分保持曲線(徳本ら, 2005)を示すことが多い。Durner (1994) は、団粒土のように異なる土性から構成される土を対象に、複数の VG モデルを足し合わせることで、階段状を示す水分保持曲線関数を表現した。

Fayer and Simmons のモデル、および Durner のモデルについても、Mualem モデルを適用した水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルが示されている(以下、そ

れぞれの連結モデルを Fayer モデル、Durner モデルとよぶ)。しかし、比較的最近提案されたため適用事例が少ない Fayer モデルと Durner モデルに関しては、不飽和透水係数の検討がまだ十分に行なわれていない。また、実際の土中の水分移動現象を対象に Fayer モデルや Durner モデル適用して数値計算を行なった事例も少ない。

そこで本研究では、砂質土と団粒構造の発達した黒ボク土に対して水分蒸発実験を行ない、蒸発法により Fayer モデル、Durner モデルのパラメータを推定した。そして、水分保持曲線と蒸発過程の圧力変化に対して、実測値と逆解析で得たパラメータによる計算値を比較することにより、それぞれのモデルの不飽和透水係数関数の砂質土および団粒土への適用性について検討した。

2. 水分移動特性関数

2.1 Mualem モデル

Mualem (1976) は、不飽和透水係数関数を推定する間隙径分布モデルとして次式を与えた。

$$K(S_e) = K_s K_r \\ = K_s S_e^l \left[\int_0^{S_e} \frac{1}{h(S_e)} dS_e \right] / \left[\int_0^1 \frac{1}{h(S_e)} dS_e \right]^2 \quad (1)$$

ここで、 K は不飽和透水係数 ($L T^{-1}$)、 K_s は飽和透水係数 ($L T^{-1}$)、 K_r は K_s に対する比透水係数 (-)、 S_e は有効飽和度 (-)、 l は間隙結合係数 (pore-connectivity coefficient) (-)、 h は土中水圧力 (L) である。Mualem (1976) は、45 種類もの土試料に対して適用し、その平均値として $l=0.5$ を示している。(1) 式の Mualem モデルに対して水分保持曲線関数 $h(S_e)$ を与えると、 K を h あるいは S_e の関数として表すことができる。この水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルにより、保水性と透水性を同じパラメータを用いた関数で表現することができる。

2.2 水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデル

2.2.1 van Genuchten モデル

現在、Mualem モデルに基づく水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルの中で最も広く利用されているものが、van Genuchten (1980) が提案した van Genuchten (VG) モデルである。VG モデルは、水分保持曲線関数を次式で与える。

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = S_e = (1 + |\alpha h|^n)^{-m} \quad (2)$$

ここで、 θ は体積含水率 ($L^3 L^{-3}$)、 θ_r は残留体積含水率 ($L^3 L^{-3}$)、 θ_s は飽和体積含水率 ($L^3 L^{-3}$)、 α (L^{-1})、 n (-)、 m ($=1-1/n$) は水分保持曲線の形状を与えるパ

ラメータである。(2)式を(1)式の Mualem モデルに代入すると、次の不飽和透水係数関数の閉形式解が得られる。

$$K(S_e) = K_s S_e^m [1 - (1 - S_e^m)^m]^2 \quad (3)$$

2.2.2 Fayer モデル

VG モデルでは、残留体積含水率 θ_r として表現される水分量が水分移動に関与しないと仮定するため、低水分領域の不飽和透水係数を過小評価する (Tuller and Or, 2001; 小杉, 2007)。Fayer and Simmons (1995) は、土粒子表面の吸着保水を考慮し (Campbell and Shiozawa, 1992)、炉乾に対応する土中水圧力で水分量が 0 となるように VG モデルの θ_r を修正したモデルを提案した。

$$\begin{aligned} \theta/\theta_s = S_e &= (1 - \chi(h)\theta_a/\theta_s) \\ [1 + |ah|^{n-m} + \chi(h)\theta_a/\theta_s]^{-m} & \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 θ_a は水分保持曲線の形状を与えるパラメータであり、 $\chi(h) = 1 - \ln(-h)/\ln(-h_m)$ である。 h_m は $\theta = 0$ となる炉乾に対応する土中水圧力を示す。Rossi and Nimmo (1994) は、105~110°C で相対湿度 50% の乾燥炉に対応する圧力として $h_m = -10^7$ cm を示しているが、本研究では鳥取砂丘砂の実測値に対する適合性を考慮して、 $h_m = -10^6$ cm を用いた (後述, 4.1 節)。さらに(4)式を書き直すと次式が得られる。

$$\begin{aligned} \theta/\theta_s = S_e &= [1 + |ah|^{n-m} \\ + \{1 - [1 + |ah|^{n-m}] \chi(h)\theta_a/\theta_s\}]^{-m} & \end{aligned} \quad (5)$$

図-1 (a) に、後述の表-1 に示す鳥取砂丘砂のパラメータを用いた(5)式の水分保持曲線を示す。また図には、(5)式右辺の第 1 項と第 2 項についても示した。右辺第 1 項は、 $\theta_r = 0$ とした VG モデル ((2)式) であり、高土中水圧力領域において排水する間隙保水に相当する成分を表す。一方、右辺第 2 項は、 $h < -40$ cm の低土中水圧力領域において h の対数軸に対して S_e が直線的に減少する形状を表現している。すなわち、第 1 項の VG モデルで不動水と仮定していた低土中水圧力領域の保水成分を補正する項である。

Fayer and Simmons の水分保持曲線関数 ((4)式) を Mualem モデル ((1)式) に代入すると次の不飽和透水係数関数が得られる。

$$K(S_e) = K_s S_e^m [\Gamma_s(h)/\Gamma_{max}]^2 \quad (6)$$

ここで、 $\Gamma_s(h)$ と Γ_{max} の定義は付録 1 に示す。以下、(4)式と(6)式で示される水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルを Fayer モデルとする。

2.2.3 Durner モデル

VG モデルの水分保持曲線は S 字型の形状を示すため、団粒構造の発達した土にみられる 2 段の階段状の水分保持曲線は表現できない。Durner (1994) は、複数の VG モデルを線形結合することで、多段の水分保持曲線を表現した。本研究では、団粒の内外の間隙における 2 つの保水形態を想定し、2 つの VG モデルを結合したモデルを対象とする。このとき水分保持曲線関数は、次式で表される。

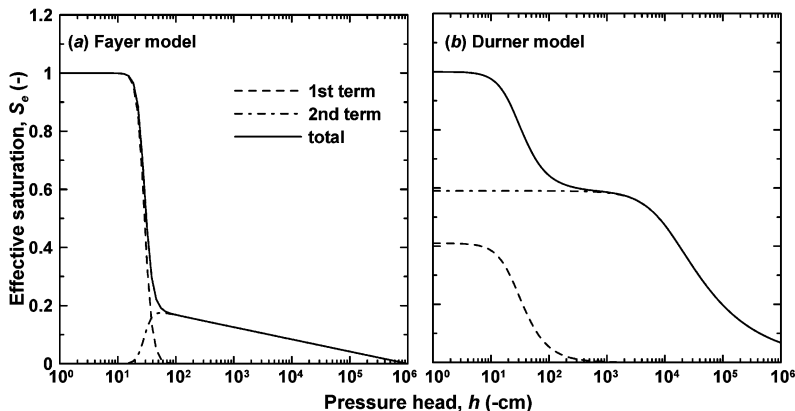


図-1 (a) Fayer モデル ((4)式) と (b) Durner モデル ((7)式) の水分保持曲線関数が表す 2 つの保水形態：点線は右辺第 1 項，一点鎖線は右辺第 2 項，実線は 2 項の和 (左辺)。

Fig. 1 Two different regions for water retention of (a) the Fayer model (eq. (4)) and (b) the Durner model (eq. (7)): dashed and chain lines indicate the first and second terms of the right-hand side of the equations, respectively, and solid lines indicate the sum of the two terms (left-hand side).

表-1 水分保持曲線の実測値に対する水分移動特性パラメータの適合値, および飽和透水係数 K_s の実測値と Mualem (1976) による間隙結合係数 l の提唱値.

Table 1 Soil water hydraulic parameters of the VG, Fayer, and Durner models fit to the observed soil water retention curves, the observed saturated hydraulic conductivity K_s , and the pore-connectivity coefficient l presented by Mualem (1976).

Tottori dune sand	θ_r	θ_a	θ_s	α (cm ⁻¹)	n	w_2	α_2 (cm ⁻¹)	n_2	K_s (cm d ⁻¹)	l
VG model	0.030	—	0.341	0.035	5.20	—	—	—	550	0.5
Fayer model	—	0.085	0.336	0.036	7.06	—	—	—	550	0.5
Durner model	0.002	—	0.337	0.036	6.63	0.02	9.96×10^{-4}	1.5	550	0.5
Andisol										
VG model	0	—	0.769	0.192	1.14	—	—	—	200	0.5
Fayer model	—	0.754	0.724	0.040	14.92	—	—	—	200	0.5
Durner model	0	—	0.744	0.041	2.44	0.59	1.01×10^{-4}	1.47	200	0.5

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = S_e$$

$$= w_1 [1 + |\alpha h|^n]^{-m} + w_2 [1 + |\alpha_2 h|^{n_2}]^{-m_2} \quad (7)$$

ここで, w は重み係数で, $w_1 + w_2 = 1$ である。図-1 (b) には, 後述の表-1 に示す熊本黒ボク土のパラメータを用いた(7)式の水分保持曲線を示す。また図には, 図-1 (a) の Fayer モデルと同様に, (7)式右辺の第1項と第2項についても示した。右辺第1項は, 団粒間の大きな隙間における間隙保水を表し, およそ $h = -1,000$ cm までにすべての水分が排水する。一方, 右辺第2項は, 小さな隙間の団粒内保水を表し, 空気侵入圧が $h = -1,000$ cm 程度の保水特性を示す。(5)式の Fayer モデルにおいては, 圧力範囲によってそれぞれの項が卓越するのに対して, Durner の水分保持曲線関数は, 飽和の水分量を2分割し, 2つの異なる保水特性の足し合わせとして表現するため, 2つの項の水分保持曲線に対する役割はそれぞれのモデルで異なる。しかし, 両モデルとも異なる2つの保水形態の和として土の保水性を表現したモデルである点は共通である。さらに, パラメータ数の多い関数である Durner のモデルは様々な水分保持曲線の形状を表すことが可能であり, Fayer モデルの低水分領域を直線で表現した形状を表すこともできる。

Durner の水分保持曲線関数 ((7)式) を Mualem モデル ((1)式) に代入すると, 次の不飽和透水係数関数の閉形式解が得られる (Priesack and Durner, 2006)。

$$K(S_e) = K_s (w_1 S_{e1} + w_2 S_{e2})^l$$

$$\times \frac{(w_1 \alpha [1 - (1 - S_{e1}^l)^m] + w_2 \alpha_2 [1 - (1 - S_{e2}^{l/m_2})^{m_2}])^2}{(w_1 \alpha + w_2 \alpha_2)^2} \quad (8)$$

以下, (7)式と(8)式で示される水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルを Durner モデルとする。

3. 蒸発法

3.1 蒸発実験

試料には鳥取砂丘砂と熊本の黒ボク土を用いた。図-2のプロットは, 吸引法, 加圧板法, 蒸気圧法で測定した水分保持曲線である。砂丘砂の水分保持曲線は, $-20 \geq h \geq -50$ cm で水分量が急激に低下し, $h < -50$ cm では緩やかに低下する特徴を示す。低土中水圧力領域においてやや階段状の形状が見られるが, この主な原因は, $h \geq -1,000$ cm は加圧板法 (中野ら, 1995) で測定し, $h < -1,000$ cm は蒸気圧法 (藤井・中野, 1984) で測定したため, 測定時に完全な平衡状態でなかった可能性も含めて測定法の違いに起因すると考えられる。一方, 黒ボク土は明瞭な2段の水分保持曲線を示す。黒ボク土においては, $h < -150$ cm の範囲はすべて加圧板法で測定した。

蒸発実験では, 砂丘砂 (乾燥密度 $\rho_b = 1.62$ g cm⁻³) と黒ボク土 ($\rho_b = 0.48$ g cm⁻³) を, それぞれ内径 3.8 cm で高さ 8 cm, 内径 7.8 cm で高さ 18.6 cm のアクリルカラムに充填し, マリオット管を用いて地下水位を徐々に上げ, 3日間かけて毛管飽和した。毛管飽和後, マリオット管を切り離して試料下端を閉鎖し, 試料表面に小型ファンを用いて一定の風をあてながら蒸発を促進させた。砂丘砂には深さ 0.5, 1, 2, 3, 5 cm, 黒ボク土には深さ 5.5, 10.5, 15.5 cm の位置にテンシオメータを水平方向に挿入し, 圧力変換器を用いて土中水圧力を測定した。同時に, カラム全体を電子天秤の上に設置し, 重量変化から積算蒸発量を求めた。圧力変換器, 電子天秤は Campbell 社のデータロガー CR1000 に接続し, 試料内の土中水圧

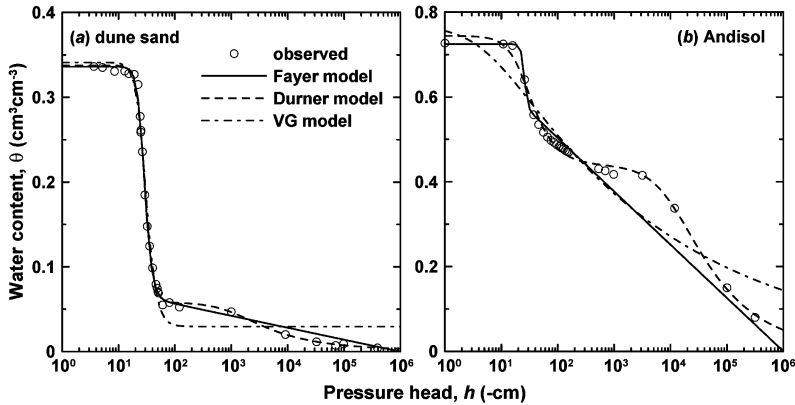


図-2 (a) 鳥取砂丘砂, (b) 熊本黒ボク土の水分保持曲線: プロットは実測値, 実線, 点線, 一点鎖線はそれぞれ Fayer モデル, Durner モデル, VG モデルによる適合曲線。

Fig. 2 Water retention curves for (a) Tottori dune sand and (b) Kumamoto Andisol: open circles are the observed data, and solid, dashed, and chain lines describe the fitted curves described with the Fayer, Durner, and VG model, respectively.

力, 積算蒸発量を自動計測した。試料の上部が乾燥し, 最上部のテンシオメータが測定不能になった段階で, 実験を終了し, カラムを解体して炉乾法で試料の平均体積含水率 θ_{ave} を測定した。なお, 黒ボク土の表層付近の圧力は, テンシオメータの不良により, 今回は解析の対象から外した。

3.2 逆解析

3.2.1 水分移動式

水分飽和した長さ L の土カラムの地表面からの水分蒸発過程を対象に, 以下の水分移動式を解析に用いた。鉛直 1 次元で水蒸気移動を考慮しない不飽和土中の水分移動は, 下記のリチャーズ式で表される。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right] \quad (9)$$

ここで, t は時間 (T), z は上向き正の空間座標 (L) であり, 地表面で 0 である。また, 水蒸気移動を含むリチャーズ式は次式で表される (Philip and de Vries, 1957; 坂井・取出, 2006)。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) + K_{vh} \frac{\partial h}{\partial z} \right] \quad (10)$$

K_{vh} は圧力勾配による水蒸気透過係数 ($L T^{-1}$) であり, 詳細は付録 2 に示す。なお本解析では, 蒸発実験における温度は一定とみなし, 温度勾配による水蒸気フラックスは無視した。

数値計算の初期条件は, 圧力分布 $h_i(z)$ を与えた。

$$h(z, 0) = h_i(z) \quad (11)$$

カラム下端は水分フラックスが生じないように閉じてい

るので, 下端境界条件にはゼロフラックス境界条件を与えた。

$$-K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \Big|_{z=-L} - K_{vh} \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=-L} = 0 \quad (12)$$

ここで, L は試料長 (L) である。水蒸気移動を考慮しない計算においては, 左辺第 2 項は 0 である。

試料表面からの蒸発を表すために, 上端境界条件には次の地表面蒸発モデルを用いた (Rassam *et al.*, 2004; 斎藤ら, 2006)。

$$\begin{cases} -K(h) \left(\frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \Big|_{z=0} - K_{vh} \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=0} = E(t) \\ h(0, t) > h_A \end{cases} \quad (13)$$

$$h(0, t) = h_A$$

ここで, 水蒸気移動を考慮しない計算においては, 左辺第 2 項は 0 である。(13) 式は, 地表面の土中水圧力 $h(0, t)$ が許容最小圧力 h_A (L) より大きいときは, 可能蒸発速度 E ($L T^{-1}$) の一定フラックス境界条件を与えて恒率蒸発段階を表現し, 地表面の乾燥が進行して $h(0, t)$ が h_A に達した段階で $h(0, t) = h_A$ の一定圧力境界条件を与えて減率蒸発段階を表現するモデルであり, 可能蒸発速度 E は一定値で与えるのが一般的である。しかし, 蒸発法によるパラメータの推定では, 地表面の境界フラックスを, 蒸発実験に忠実に再現することが重要である。そこで本解析では実測の蒸発速度 E を時間変動条件として与えた。許容最小圧力 h_A には, 安定した計算が行なえる範囲のできる限り小さい値として, $h_A = -10^6$ cm を与えた。そのため, 計算期間の大半で $h(0, t) > h_A$ であり, 変動フラックス $E(t)$ によって現実の恒率蒸発, 減

率蒸発段階を表現した。

3.2.2 パラメータの推定

逆解析において最小化する目的関数 Φ は、土中水圧力の時間変化、実験終了時の平均体積含水率 θ_{ave} (砂丘砂は63時間後で $0.069 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ 、黒ボク土は208時間後で $0.46 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$)、積算蒸発量の時間変化 $E_{cum}(t_i)$ のデータ、水分保持曲線の実測値 (図-2) を用いて定義した。

$$\begin{aligned} \Phi = & \sum_{j=1}^m v_{p,j} \sum_{i=1}^{n_j} w_p [p_j^*(t_i) - p_j(t_i)]^2 \\ & + w_\theta [\theta_{ave}^* - \theta_{ave}]^2 \\ & + v_E \sum_{i=1}^{n_E} w_E [E_{cum}^*(t_i) - E_{cum}(t_i)]^2 \\ & + v_{\theta(h)} \sum_{i=1}^{n_{\theta(h)}} w_{\theta(h)} [\theta(h)^* - \theta(h)]^2 \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、上付*の有無はそれぞれ実測値と計算値を示し、 $p_j(t_i)$ は観測地点 j の時刻 t_i における土中水圧力、 m は観測地点の数、 n_j は観測地点 j におけるデータの数、 $E_{cum}(t_i)$ は時刻 t_i における積算蒸発量である。 w_p 、 w_θ 、 w_E 、 $w_{\theta(h)}$ はそれぞれ、圧力、平均体積含水率、積算蒸発量、水分保持曲線のデータに与える重み成分である。異なる2地点の圧力データを組み合わせるパラメータを推定することで、パラメータの信頼度は向上する (坂井・取出, 2007)。そこで本解析では、最上部と最下部の2点の測定点 (鳥取砂丘砂では深さ 0.5 cm と 5 cm, 黒ボク土では深さ 5.5 cm と 15.5 cm) を用いた。また θ_{ave} は、推定された水分保持曲線の θ 軸上の位置を決める情報であるため、必ず目的関数に入れる必要がある (Šimůnek *et al.*, 1998)。また、前節で述べたように、計算の過程において地表面圧力 $h(0, t)$ が許容最小圧力 h_A に達し、蒸発速度の計算値が実測値に基づく蒸発速度 $E(t)$ よりも小さくなり、マスバランスを満たせなくなることがある。この問題を最小限にするため、積算蒸発量の時間変化 $E_{cum}(t_i)$ のデータを目的関数に加えて、可能な限り蒸発速度を再現するようにした。本解析では w_p を 1 とし、水分保持曲線の実測値と蒸発実験における水収支を特に信頼できるデータとして重視するために、 $w_{\theta(h)}$ 、 w_θ 、 w_E をそれぞれ 10 とした。また、 v は絶対値やデータ数が大きく違う、異なる種類のデータを正規化する重み係数である。たとえば、砂丘砂の深さ 0.5 cm の土中水圧力は $0 > h > -700 \text{ cm}$ で変化するのに対し、水分保持曲線の実測値は $0 < \theta < 0.35$ のため、変動の大きさが異なる。 v は各データの変動の大きさを表す標本分散 σ^2 、およびそのデータ数 n を用いて次式で定義される。

$$v = \frac{1}{n\sigma^2} \quad (15)$$

たとえば、(14)式右辺第3項に含まれる v_E は、積算蒸発量

の実測値の標本分散 σ_E^2 とそのデータの数 n_E を用いて $v_E = 1/(n_E\sigma_E^2)$ で定義される。非線形最小2乗法に基づく Levenberg-Marquardt 法 (Marquardt, 1963) により、目的関数 Φ を最小とするパラメータの最適化を行なった。

砂丘砂、黒ボク土に対し、それぞれ Fayer モデル (θ_a , θ_s , α , n , K_s , l)、Durner モデル (θ_r , θ_s , α , n , w_2 , α_2 , n_2 , K_s , l) のパラメータを逆解析により推定した。このとき、飽和体積含水率 θ_s は、封入空気量に依存する飽和度の違いにより変化するため (坂井・取出, 2007)、水分保持曲線の実測値に基づく値 (後述, 4.1 節) で固定せず、推定パラメータとした。このため、(14)式の目的関数 Φ における水分保持曲線の実測値も、飽和近傍のデータは除外し、空気侵入圧付近以下のデータのみ (砂丘砂、黒ボク土ともに $h \leq -30 \text{ cm}$) を用いた。同様に、飽和透水係数 K_s も飽和度に依存して変化するため、変水位透水試験による実測値 (後述, 4.1 節, 表-1) で固定せず、推定パラメータとした。間隙結合係数 l は、水分保持曲線の形状とは独立して不飽和透水係数の圧力依存性を与える重要なパラメータであるため、推定パラメータとした。また、VG モデルについても同様にパラメータ (θ_r , θ_s , α , n , K_s , l) の推定を行なった。

逆解析によるパラメータの推定では、初期値の組み合わせ次第で、目的関数の最小値ではなく極小値に収束することがある。このため、適切な初期値を与えることが不可欠である (Rassam *et al.*, 2004)。本解析では、推定パラメータの初期値には、水分保持曲線の実測値に各水分保持曲線関数をあてはめて得たパラメータ値を用いた (後述, 4.1 節, 表-1)。また、飽和透水係数 K_s の初期値には変水位透水試験で得た値 (砂丘砂は $K_s = 550 \text{ cm d}^{-1}$ 、黒ボク土は $K_s = 200 \text{ cm d}^{-1}$)、間隙結合係数 l の初期値には Mualem (1976) の推奨値 ($l=0.5$) を用いた。

試料長、観測地点の深さを蒸発実験と等しく与え、(11)式の初期圧力には、各深さの測定値を線形補間して与えた。(13)式の上端境界条件に対しては、実測した積算蒸発量の変化に基づき蒸発速度 $E(t)$ を与えた。なお、水分移動の数値計算と逆解析は、不飽和水分移動汎用プログラム HYDRUS-1D (Šimůnek *et al.*, 2005) を用いて行なった。

4. 結果と考察

4.1 水分保持曲線関数

図-2 (a) に鳥取砂丘砂の、図-2 (b) に熊本黒ボク土の水分保持曲線の実測値に対する Fayer モデル (実線)、Durner モデル (点線)、VG モデル (一点鎖線) の適合曲線を示す。実測値に対するモデルの適合は非線形

最小2乗法で行なった。黒ボク土では、低水分領域の水分保持曲線の実測値数が少ないことから、非線形最小2乗法が収束しなかったり、階段状の形状が得られなかったりした。そのため、Durnerモデルを適合する場合は、パラメータに $\theta_r > 0$, $\alpha_2 < 10^{-3}$, $w_2 > 0$ といった制限範囲を設けて、最適化を行なった。適合によって得られたパラメータを表-1に示す。砂丘砂にFayerモデルを適合した場合、低圧力領域で θ が h の対数軸に対して直線的に減少する形状であるため、全圧力領域で実測値とよく適合した。またDurnerモデルは、低圧力領域においてやや階段状を示す実測値の傾向もほぼ完全に再現した。黒ボク土にFayerモデルを適合した場合、高圧力領域($h \geq -200$ cm)では実測値とよく一致するが、低圧力領域($h < -200$ cm)では水分量が直線的に減少するため、階段状の実測値を表現できなかった。Durnerモデルを用いた場合は、全圧力領域において階段状の水分保持曲線に非常によく適合した。一方、砂丘砂にVGモデルを適合した場合、高圧力領域の水分量の急激な低下をよく表現するが、一定値である残留体積含水率 $\theta_r (=0.03)$ に漸近する形状のため、 $-80 \geq h \geq -10,000$ cmでは実測値を過小評価し、 $h \leq -10,000$ cmでは過大評価した。また、黒ボク土に対しては、階段状を示す実測値を平均化するような緩やかな曲線となり、適合度は低かった。この表-1のパラメータ値を、蒸発法の逆解析における初期値として用いた。

4.2 鳥取砂丘砂

図-3に鳥取砂丘砂の蒸発過程の圧力変化の実測値を

示す。地表面に近い深さ0.5 cmの実測値は、蒸発による乾燥に伴いおよそ40時間後から大きく低下し、 $h = -700$ cm程度にまで達した。一方で、深さ5 cmの圧力低下は緩やかであり、 $h = -60$ cm程度しか低下しなかった。このように、表層付近で乾燥が進行するのが砂質土の蒸発過程の特徴である。

4.2.1 砂丘砂に対する水分移動特性関数

ここでは、まず水蒸気移動を含まない水分移動式を用いて逆解析を行ない、それぞれのモデルを比較検討した。図-3にFayerモデル、Durnerモデル、VGモデルをそれぞれ用いて逆解析したときの蒸発過程の圧力変化の計算結果を示す。また、図-4には得られた水分保持曲線と不飽和透水係数を示し、それぞれのパラメータの推定値は表-2に示した。

Fayerモデルの場合、圧力変化の計算値は、表層付近のみで大きく低下する実測値の傾向をよく再現した(図-3)。また、水分保持曲線の推定値も実測値をよく再現した(図-4(a))。不飽和透水係数が h の対数軸に対して直線的に単調減少するVGモデルに対し、Fayerモデルは、 $h < -80$ cmで折れ曲がり、減少が緩やかになる形状を示す(図-4(b))。Mualemモデルでは、有効飽和度 S_e の関数として不飽和透水係数が導かれる(1)式)。残留体積含水率 θ_r に漸近するVGモデルに対して、 $h_m = -10^6$ cmで $\theta = 0$ となるFayerモデルでは、低水分領域の有効飽和度 S_e が大きい。このため、不飽和透水係数の低下の割合が小さく、VGモデルに比べて大きな値となり、不飽和透水係数を過小評価するVGモデルの問題点

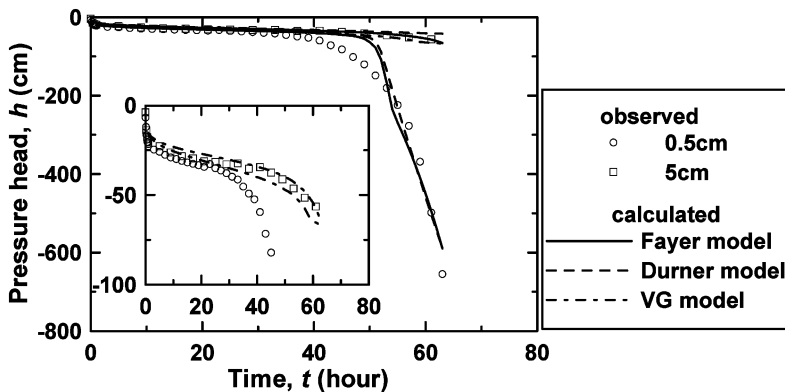


図-3 蒸発過程における鳥取砂丘砂の土中水圧力変化：プロットは実測値、実線、点線、一点鎖線はそれぞれFayerモデル、Durnerモデル、VGモデルによる計算値。

Fig. 3 Pressure heads change during the evaporation process for Tottori dune sand : plots are the observed data, and solid, dashed, and chain lines indicate predicted pressure head changes using the Fayer, Durner, and VG model, respectively.

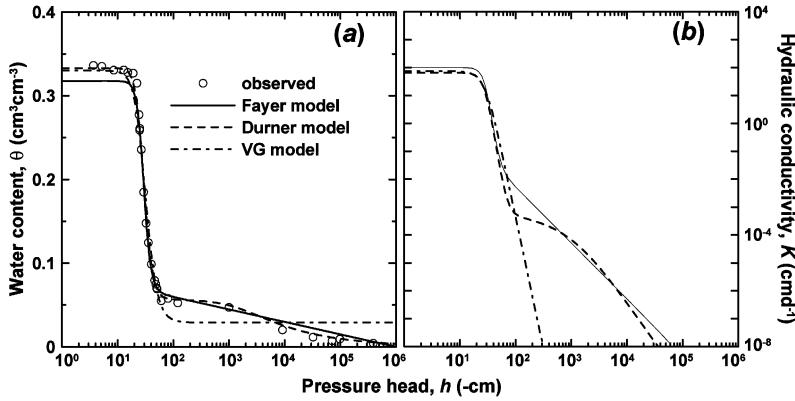


図-4 蒸発法で推定した鳥取砂丘砂の (a) 水分保持曲線, (b) 不飽和透水係数と土中水圧力の関係: プロットは実測値, 実線, 点線, 一点鎖線はそれぞれ Fayer モデル, Durner モデル, van Genuchten モデルによる推定値.

Fig. 4 (a) Water retention curve and (b) unsaturated hydraulic conductivity as a function of the pressure head for Tottori dune sand estimated with the evaporation method: open circles are the observed retention data, and solid, dashed, and chain lines are those predicted with the Fayer, Durner, and VG model, respectively.

表-2 蒸発法による鳥取砂丘砂, 熊本黒ボク土の水分移動特性パラメータの推定結果.

Table 2 Soil water hydraulic parameters for Tottori dune sand and Kumamoto Andisol obtained inversely with the evaporation method.

Tottori dune sand	θ_r	θ_a	θ_s	α (cm ⁻¹)	n	w_2	α_2 (cm ⁻¹)	n_2	K_s (cm d ⁻¹)	l
VG model	0.0290	—	0.330	0.034	4.72	—	—	—	74.88	2.59×10^{-3}
Fayer model	—	0.089	0.317	0.035	7.44	—	—	—	98.88	2.83×10^{-4}
Durner model	0	—	0.333	0.035	6.42	0.17	6.73×10^{-4}	1.42	65.24	3.30×10^{-3}
Fayer (with vapor)	—	0.089	0.319	0.035	7.34	—	—	—	100.46	0.15
Fayer (with K data)	—	0.089	0.313	0.035	7.60	—	—	—	781.94	1.18
Andisol										
VG model	0.0004	—	0.686	0.086	1.14	—	—	—	843.6	-0.092
Durner model	0.0108	—	0.678	0.030	2.29	0.63	1.11×10^{-4}	1.42	49.5	0.87

が改善されている。折れ曲がった形状の不飽和透水係数は、物理的には、高水分領域では間隙流、低水分領域では土粒子表面に沿った膜流と水分量に応じて流れの形態が異なると考えられるため、不飽和透水係数の土中水圧力依存性が圧力範囲によって異なることを示していると言える (Tuller and Or, 2001)。Fayer モデルでは、全圧力範囲に対して水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルとして毛管保水の空隙流に基づく Mualem モデルを用いており、不飽和透水係数の推定では流れの形態の違いを考慮していない。しかし、この圧力変化の計算結果は (図-3)、Fayer モデルにより低水分領域の水分保持

特性を適切に表現し、さらに空隙結合係数 l を推定すると、蒸発過程の圧力変化をよく再現する低水分領域の不飽和透水係数が推定できることを示している。

また、Durner モデルを適用した場合も、土中水圧力の時間変化 (図-3)、水分保持曲線の実測値 (図-4 (a)) をよく再現した。Durner モデルの不飽和透水係数は、その関数型から 2 段の階段状を示すが、Fayer モデルとほぼ等しい低水分領域で低下が緩やかになる形状を示した (図-4 (b))。Durner モデルは、2 つの VG モデルを結合して階段状の水分保持曲線を表現するモデルである。パラメータ数が多く自由度の高いため、Fayer モデルを

ほぼ包括することができ、図-4の推定結果がよく一致したと考えられる。しかし、推定パラメータ数が多い場合、逆解析による解の一意性が低くなる可能性がある。Fayer モデルは、VG モデルの低水分領域の問題を解消する上で、パラメータ数が少ない点で有利である。なお、VG モデルを用いて最適化を行なった場合、深さ 0.5 cm の圧力の計算値は 60 時間後においても -70 cm 程度までしか低下せず、実測値を再現することができなかった(図-3)。これは、VG モデルが砂丘砂の低水分領域の不飽和透水係数を正しく表現できないことが原因である。

4.2.2 水蒸気移動を考慮した推定

砂丘砂の蒸発過程では、地表面付近の乾燥が進行すると水蒸気移動が卓越する。このため、水蒸気移動を考慮すると、より精度の高い不飽和透水係数の推定が可能となると考えられる。図-5に、(10)式により水蒸気移動を考慮して推定した Fayer モデルの不飽和透水係数(灰色実線)を、水蒸気移動を考慮しない場合の結果(点線)と併せて示す。図中では重なっているため判別できないが、両結果とも $h \geq -20$ cm の高水分領域ではおよそ $K = 100 \text{ cm d}^{-1}$ の一定値、そして $-20 > h > -70$ cm において 0.01 cm d^{-1} まで低下と一致した。パラメータの推定結果は表-2に示す。水分保持曲線を表すパラメータ $\theta_0, \theta_s, \alpha, n$ の推定値は、水蒸気移動の有無に関わらず、ほぼ同じ値となった。また、水蒸気を考慮した圧力変化の計算値も、図-3の液状水のみでの計算結果とほぼ一致した。一方、間隙結合係数 l の推定値は、水蒸気移動を考慮しない場合は $l = 2.83 \times 10^{-4}$ であるのに対して、水蒸気を考慮した場合はやや大きい $l = 0.15$ であった。この l の推定値の違いにより、 $h \leq -60$ cm の範囲で水蒸気移動を考慮した場合の方が不飽和透水係数はやや小さな値となった。しかしその違いは小さく、蒸発法によりパラメータを推定する上で、水蒸気移動の影響は小さいと言える。

図-6に63時間後の地表面付近の水分分布を示す。水蒸気移動を考慮した計算においては、地表面から深さ 0.2 cm 付近に乾燥層が形成されている。土中の水分フラックスは、液状水フラックスと水蒸気フラックスの和として表されるが、水分量が非常に低い乾燥層では、水蒸気移動が支配的に生じる。一方、水蒸気移動を考慮しない計算においては、表面付近で大きく水分量が減少する分布となっている。これは、(13)式の条件では ($K_{wb} = 0$)、液状水のみでの移動で地表面蒸発速度を満たすために、仮想的な大きな圧力勾配を地表面付近に与えるためである(斎藤ら, 2006)。このように表層付近の水分と圧力分布は、水蒸気移動を考慮するかどうかにより異なるが、乾燥層の下部(深さ 0.5 cm 以下)の圧力変化から推

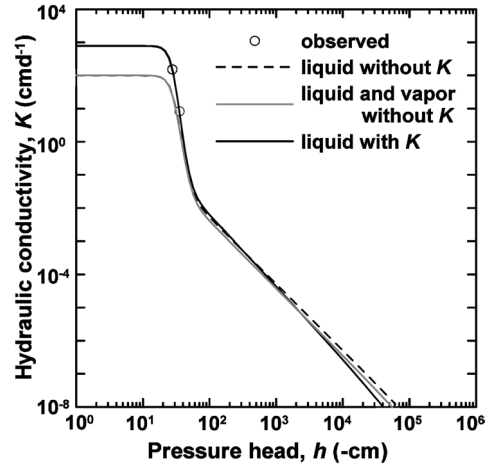


図-5 水蒸気移動、および高水分領域における不飽和透水係数の実測値が、鳥取砂丘砂の不飽和透水係数の推定に与える影響：プロットは実測値、点線、灰色実線、黒実線はそれぞれ、水蒸気移動、実測値を考慮しない場合、水蒸気移動を考慮した場合、実測値を考慮した場合の Fayer モデルの推定値。

Fig. 5 Impacts of accounting for vapor flow and the observed unsaturated hydraulic conductivity data for higher water content on the estimation of hydraulic conductivity of Tottori dune sand: open circles are the observed hydraulic conductivity data, and dashed, gray, and black solid lines describe predicted hydraulic conductivity using the Fayer model without neither vapor flow nor the observed data, with vapor flow, and with the observed data, respectively.

定する水分移動特性が、水蒸気の有無に関わらずほぼ一致する点は興味深い。この結果は、水分移動特性の推定に対しては、水蒸気移動の考慮よりも、地表面水分境界フラックスを正しく与えることの重要性を示していると考えられる。また、砂丘砂の蒸発過程では、土中水分移動に対する水蒸気移動の影響は他の土性に比べ大きい。そのため、他の多くの土性においても、蒸発法による不飽和透水係数の推定に対して、(13)式の境界条件を用いて蒸発速度を与えれば、水蒸気移動を考慮することによる効果は小さいと考えられる。

4.2.3 高水分領域の不飽和透水係数の推定

砂丘砂の蒸発実験において、深さ 5 cm の土中水圧力の実測値は、実験開始後 3 時間で $h = -22$ cm まで低下する。水分飽和状態から始まる蒸発実験では、飽和近傍

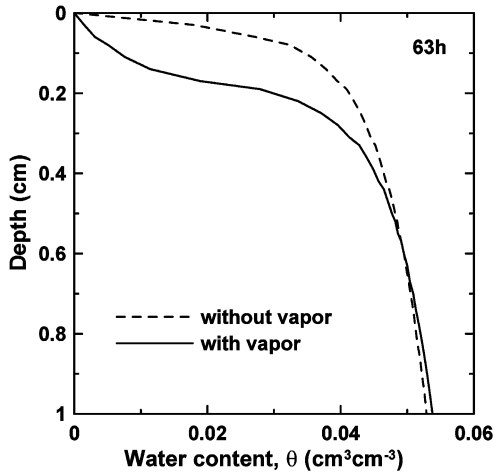


図-6 地表面付近における水分分布の計算値：点線、実線はそれぞれ水蒸気移動を考慮しない場合と考慮した場合の計算値。

Fig. 6 Calculated water content profiles near the soil surface with (solid line) and without (dashed line) considering vapor flow.

の高土中水圧力領域の不飽和透水係数が影響するのは、実験開始後数時間の間だけであり、そのため、蒸発法を砂質土に適用する際、飽和透水係数 K_s は他のパラメータに比べて推定が難しいパラメータになる。 K_s が他のパラメータと相関が高く推定が難しいことは、蒸発過程の圧力変化に対する2次元応答曲面を用いたパラメータの感度解析からも示されている (Šimůnek *et al.*, 1998; 坂井・取出, 2007)。本解析において推定した鳥取砂丘砂の K_s も、実測値 ($K_s = 550 \text{ cm d}^{-1}$) に比べて小さな値である (たとえば、Fayer モデルの推定値 $K_s = 98.88 \text{ cm d}^{-1}$)。そこで、定常法 (中野ら, 1995) によって測定した不飽和透水係数の実測値 ($h = -27.7 \text{ cm}$ における $K = 152.16 \text{ cm d}^{-1}$, $h = -35.5 \text{ cm}$ における $K = 8.23 \text{ cm d}^{-1}$) を目的関数 (14式) に代入し、逆解析により Fayer モデルのパラメータの推定を行なった。不飽和透水係数の実測値にける重み成分は $w = 10$ とし、計算は水蒸気移動を考慮せずに行なった。図-5 に、不飽和透水係数の実測値を与えて逆解析した推定結果 (実線) を実測値とともに示し、パラメータの推定結果を表-2 に示す。不飽和透水係数の実測データを加えた場合、飽和透水係数の推定結果は $K_s = 843.6 \text{ cm d}^{-1}$ となり、実測値に近づいた。このとき、不飽和透水係数の実測値を加えても、蒸発過程の圧力変化の計算値に違いは見られず、また、 $h < -40 \text{ cm}$ では、両条件の不飽和透水係数はほぼ一致してい

る。このことは、砂質土の飽和付近の透水性が蒸発過程に及ぼす影響が小さいことを示唆している。これは、飽和透水係数の大きい砂質土における蒸発法で、飽和領域の不飽和透水係数を精度良く推定するためには、飽和近傍の不飽和透水係数の情報を与えるとよいことを意味している。また、飽和透水係数の実測値に十分な信頼が持てる場合、その実測値を (14式) の目的関数に重みをつけて代入することによっても、飽和近傍の不飽和透水係数推定の精度を向上させることができると考えられる。

4.3 熊本黒ボク土

図-7 に黒ボク土の蒸発過程の土中水圧力変化の実測値を示す。深さ 5.5 cm, 15.5 cm の土中水圧力変化の測定値は、蒸発による試料の乾燥により、実験開始から約 170 時間後までは同時に緩やかに低下した。170 時間以降は、表面に近い深さ 5.5 cm の測定値が -400 cm 程度まで急激に低下し、一方で深さ 15.5 cm の測定値は -150 cm 程度まで緩やかに低下した。

図-7 には、水蒸気移動を含まない Durner モデルと VG モデルによって最適化した土中水圧力変化の計算結果を示す。また、図-8 に水分保持曲線と不飽和透水係数の推定結果、表-2 にパラメータの推定値を示す。なお、Fayer モデルを用いた逆解析では、計算が不安定となり、パラメータが推定不能となった。これは、低土中水圧力領域の水分保持曲線を直線で表す Fayer モデルが、2 段の階段状を示す黒ボク土の水分保持曲線を適切に表現できないことが原因であると考えられる。

Durner モデルの場合、圧力変化の計算値は実測値とよく一致し (図-7)、また、階段状の水分保持曲線の実測値をよく再現した (図-8 (a))。Durner モデルの不飽和透水係数は、水分保持曲線に対応して階段状を示し、 $h = -200 \text{ cm}$ 付近で折れ曲がる形状を示した。これは、団粒間隙と団粒内間隙の透水性の圧力依存性が異なることを反映している。すなわち、 $h > -100 \text{ cm}$ の高水分領域の急激な不飽和透水係数の低下は、団粒間の粗間隙における水分の減少に伴う透水性の変化を示しており、 $h \leq -100 \text{ cm}$ の低水分領域での不飽和透水係数の緩やかな低下は、団粒内間隙の透水形態が支配的になったことを示していると解釈できる。黒ボク土の階段状の水分保持曲線によく適合し、団粒内外の透水性を反映した現実的な不飽和透水係数を表現できる Durner モデルは、黒ボク土中の水分移動を計算する上で適した水分移動特性関数であると言える。

一方、VG モデルを用いて最適化を行なった場合、土中水圧力変化の実測値をある程度再現するものの、深さ 5.5 cm の 170 時間以降の急激な低下は再現できない (図-7)。水分保持曲線は階段状の実測値をなだらかにした形

状を示し、不飽和透水係数もそれに対応した単調に減少する形状を示した(図-8)。このように水分移動特性関数の適合が悪いため、VGモデルは黒ボク土中の圧力変化を適切に再現できなかったと考えられる。

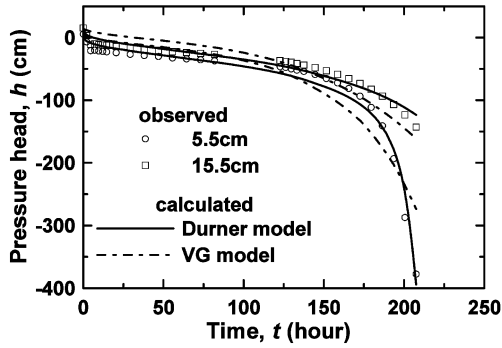


図-7 蒸発過程における熊本黒ボク土の土中水圧力変化：プロットは実測値，実線，一点鎖線はそれぞれ Durner モデル，VG モデルにより最適化した計算値。

Fig. 7 Pressure heads change during the evaporation process for Kumamoto Andisol: plots are the observed data, and solid and chain lines indicate predicted pressure head changes using the Durner and VG models, respectively.

4.4 不飽和透水係数の信頼性

Mualem モデルは、毛管保水と毛管内のポワズイユ流れを仮定して、土の不飽和透水性を表現したモデルである。砂丘砂においては、低水分領域の土粒子表面に沿った膜流は、高水分領域の間隙を満たした流れとは透水形態が異なる。そのため厳密には、Mualem モデルは、全水分範囲の流れの抵抗則を統一しては表現できないと考えられる。また、団粒土においても、団粒内外で厳密には流れの抵抗則が異なる可能性がある。しかし、本研究において、2種類の保水形態を反映した水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルである Fayer モデルと Durner モデルは、砂丘砂や黒ボク土の蒸発過程を良く表現することができ、それぞれの土の不飽和透水係数を適切に表現していると考えられた。

一方、Mualem モデルにおける間隙結合係数 l は、屈曲度の影響を表すパラメータとして解釈されるが、Mualem 自身も 45 種類の試料の平均値として $l=0.5$ を示しているに過ぎない (Mualem, 1976)。そのため l には、物理的な性格以上に、水分保持曲線とは独立して不飽和透水係数と土中水圧力の関係を与えるフィッティングパラメータとしての性格が強い。広い圧力範囲の水分保持曲線に対して適合性の高い Fayer モデルや Durner モデルにおいて、さらに間隙結合係数 l を推定パラメータとして用いることにより、Mualem モデルによる水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルの利便性を失うこ

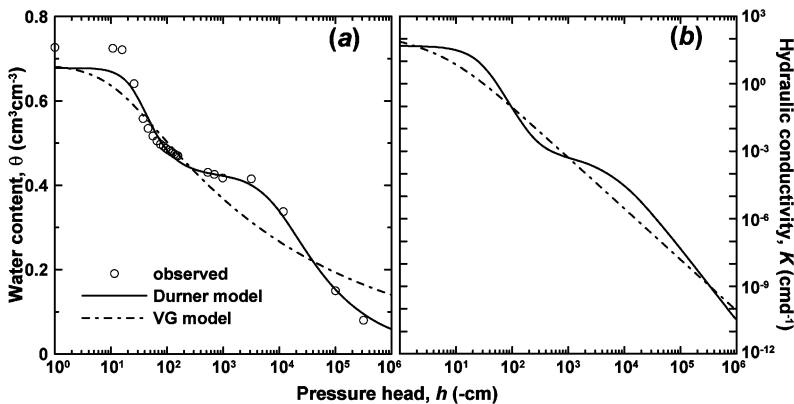


図-8 蒸発法で推定した黒ボク土の (a) 水分保持曲線，(b) 不飽和透水係数と土中水圧力の関係：プロットは実測値，実線，一点鎖線はそれぞれ Durner モデル，VG モデルによる推定値。

Fig. 8 (a) Water retention curve and (b) unsaturated hydraulic conductivity as a function of the pressure head for Kumamoto Andisol estimated with the evaporation method: open circles are the observed retention data, and solid and chain lines indicate those predicted with the Durner and VG model, respectively.

となく、飽和から乾燥領域までの広い圧力範囲の不飽和透水係数が表現できたと考えられる。

蒸発法による水分移動特性の推定の信頼範囲は、土中水圧力の測定範囲(本解析における砂丘砂では $h > -700$ cm)とされている(Simůnek *et al.*, 1998)。しかし、圧力の測定範囲を超えた領域の不飽和透水係数の信頼性は、用いた水分移動特性関数、言い換えると、Mualemモデルによる水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルの信頼性に依存する。蒸発法に代表される逆解析手法での水分移動特性関数の推定において、推定結果の信頼性を厳密に論じることは難しい。しかし、本研究においては、砂丘砂の水分保持曲線によく適合するFayerモデルは、蒸発過程の圧力変化の実測値をよく再現し、吸着保水が卓越する低水分領域の不飽和透水係数もよく表現していると考えられた。同様に、団粒構造を反映した水分保持曲線によく適合するDurnerモデルは、団粒内間隙保水に対応する低水分領域の不飽和透水係数も適切に表現していると考えられた。こうした結果は、水分保持曲線を広範囲にわたり表現できるモデルを用いることの重要性を示している。

現在までの研究において、毛管内のポワズイユ流れ以外の仮定を用いた水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルは、実用上利用できるものは存在しない。前述の本解析の結果に基づけば、Mualemモデルにおける間隙結合係数 l は、流れの抵抗則の不完全さを補正するパラメータとして位置づけることが可能であろう。このようにMualemモデルの実用上の利便性に加えて、低水分領域における流れの抵抗則に対する妥当性が裏付けられると、蒸発実験の測定範囲よりも低い圧力領域においても、水分保持曲線を正確に表現できれば、信頼度の高い不飽和透水係数の推定が可能であると考えられる。そのため、VGモデルの低水分領域を修正したFayerモデルとDurnerモデルは、実用上、非常に有用なモデルであると考えられる。

5. おわりに

本研究では、VGモデルの残留体積含水率 θ_r を修正したFayerモデルと、2つのVGモデルを結合することで2段の階段状の水分保持曲線を表現したDurnerモデルをMalemモデルに代入して導いた不飽和透水係数関数について、砂質土および団粒土への適用性を検討した。そのために、鳥取砂丘砂と熊本黒ボク土に対する水分蒸発実験、蒸発法によるFayerモデル、Durnerモデルのパラメータの推定を行ない、水分保持曲線と蒸発過程の圧力変化について、実測値と各モデルの計算値との比較を行なった。

鳥取砂丘砂に対してFayerモデルを適用した場合、計算値は水分保持曲線の実測値によく適合するとともに、蒸発過程の圧力変化をよく再現し、その不飽和透水係数関数は、 $h < -80$ cm で不飽和透水係数の低下が緩やかになる形状を示した。 $h_m = -10^6$ cm で体積含水率 $\theta = 0$ となるFayerモデルでは、低圧力領域でも有効飽和度 S_0 が大きな値を持つことで、 θ_r 付近で不飽和透水係数を過小評価するVGモデルの問題点が修正された。折れ曲がった形状の不飽和透水係数は、高水分領域の間隙流と低水分領域の土粒子表面における膜流の2つの異なる透水形態を反映していると考えられた。Durnerモデルは、Fayerモデルを包括するが、パラメータ数が多いため解の一意性が低いことから、砂丘砂に対してはFayerモデルが有利である。

砂丘砂については、水蒸気移動を考慮したリチャーズ式を用いたパラメータの推定も行なったが、水蒸気移動の考慮による不飽和透水係数の推定結果の違いは小さかった。これは、水蒸気フラックスを無視し、液状水フラックスのみで境界フラックスを表現した場合でも、蒸発実験の蒸発速度を正しく与えることの重要性を示している。乾燥層が形成される砂丘砂の蒸発過程は、他の土性に比べて水蒸気移動の影響は大きい。そのため、他の土を用いた蒸発法による不飽和透水係数の推定に対しても、境界条件としての蒸発速度を正しく与えれば、水蒸気移動を考慮する効果は小さいと考えられた。

黒ボク土に対してDurnerモデルを適用した場合、水分保持曲線の実測値によく適合するとともに、蒸発過程の圧力変化をよく再現した。Durnerモデルの不飽和透水係数関数は階段状を示し、 $h = -200$ cm 程度で折れ曲がる形状を示した。これは、団粒間隙と団粒内間隙の異なる2つの透水形態を反映していると考えられた。水分保持曲線によく適合し、より現実的な不飽和透水係数を表現できるDurnerモデルは、黒ボク土中の水分移動の計算に適した水分移動特性関数であることが示された。広い圧力範囲の水分保持曲線に対して適合性の高いFayerモデルやDurnerモデルにおいて、さらに間隙結合係数 l を推定パラメータとして用いることにより、Mualemモデルによる水分保持曲線-不飽和透水係数連結モデルの利便性を失うことなく、飽和から乾燥領域までの広い圧力範囲の不飽和透水係数が表現できた。また、蒸発法による水分移動特性推定の信頼範囲は、測定された圧力範囲とされている。しかし、砂質土に対するFayerモデルや黒ボク土に対するDurnerモデルのように、低水分領域の実測値を正確に表現できていれば、蒸発法で得られる不飽和透水係数は、測定した圧力範囲を超えても信頼度が高いと考えられた。そのため、VGモ

デルの低水分領域を修正した Fayer モデルと Durner モデルは、実用上、非常に有用なモデルであると考えられた。

本研究に際し、黒ボク土に関する貴重なデータを提供して頂きました岩手大学大学院連合農学研究所（当時）の徳本家康氏に感謝申し上げます。

引用文献

- Brooks, R.H. and Corey, A.T. (1964) : Properties of porous media affecting fluid flow. *J. Irrig. Drainage Div., ASCE Proc.* **72** (IR2) : 61-88.
- Burdine, N.T. (1953) : Relative permeability calculations from pore-size distribution data. *Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng.*, **198** : 71-77.
- Campbell, G.S. and Shiozawa, S. (1992) : Prediction of hydraulic properties of soils using particle size distribution and bulk density data, in *International workshop on indirect methods for estimating the hydraulic properties of unsaturated soils*, University of California Press, Berkeley, 1992.
- Childs, E.C. and Collis-George, N. (1950) : The permeability of porous materials. *Proc. Roy. Soc. London, Ser. A*, **201** : 392-405.
- Durner, W. (1994) : Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resour. Res.*, **30** : 211-223.
- Eching, S.O. and Hopmans, J.W. (1993) : Optimization of hydraulic functions from transient outflow and soil water pressure data. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **57** : 1167-1175.
- Fayer, M.H. and Simmons, C.S. (1995) : Modified soil water retention functions for all matric suctions. *Water Resour. Res.*, **31** : 1233-1238.
- 藤井克己・中野政詩 (1984) : ベントナイト吸着水の化学ポテンシャルについて. *農業土木学会論文集*, **112** : 43-53.
- Jury, W.A. and Horton, R. (2006) : 土壌物理学—土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用— (取出伸夫 監訳 : 井上光弘・長裕 幸・西村 拓・諸泉利嗣・渡辺晋生訳), pp. 89-93, 107-108, 築地書店, 東京.
- Kosugi, K. (1996) : Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.*, **32** : 2697-2703.
- 小杉賢一朗 (2007) : 古典を読む : Y. Mualem 著「不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて」ならびに M. Th. van Genuchten 著「不飽和土壌の透水係数を推定する閉形式解について」, 土壌の物理性, **106** : 105-112.
- Marquardt, D.W. (1963) : An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM J. Appl. Math.*, **11** : 431-441.
- Millington, R.J. and Quirk, J.M. (1961) : Permeability of porous solids. *Trans. Faraday Soc.*, **57** : 1200-1207.
- Mualem, Y. (1976) : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, **12** : 513-522.
- 中野政詩・宮崎 毅・塩沢 昌・西村 拓 (1995) : 土壌物理環境測定法. pp. 115-136, 東京大学出版会, 東京.
- Philip, J.R. and de Vries, D.A. (1957) : Moisture movement in porous media under temperature gradients. *Eos Trans. AGU*, **38** (2) : 222-232.
- Priesack, E. and Durner, W. (2006) : Closed-form expression for the multi-modal unsaturated conductivity function. *Vadose zone J.*, **5** : 892-898.
- Rassam, D., Šimůnek, J. and van Genuchten, M.Th. (2004) : HYDRUS-2D による土中の不飽和流れ計算 (取出伸夫・井上光弘 監訳), 農業土木学会土壌物理研究部会 HYDRUS グループ, 東京.
- Rossi, C. and Nimmo, J.R. (1994) : Modeling of soil water retention from saturation to oven dryness. *Water Resour. Res.*, **30** : 701-708.
- 斎藤広隆・坂井 勝・Jiri Šimůnek・取出伸夫 (2006) : 不飽和土中の水分移動モデルにおける境界条件, 土壌の物理性, **104** : 63-73.
- 坂井 勝・取出伸夫 (2006) : 古典を読む : J.R. Philip and D.A. de Vries 著「温度勾配下における多孔質体中の水分移動について」, 土壌の物理性, **103** : 105-112.
- 坂井 勝・取出伸夫 (2007) : 蒸発法における不飽和水分移動特性推定の最適条件の検討, 土壌の物理性, **106** : 33-46.
- Šimůnek, J., van Genuchten, M.Th. and Šejna, M. (2005) : The HYDRUS-1D software package for simulating the movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media. Version 3.0. HYDRUS Software Series 1, Dep. of Environmental Sciences, Univ. of California Riverside, Riverside, CA.

Šimůnek, J., Wendroth, O. and van Genuchten, M.Th. (1998): Parameter estimation analysis of the evaporation method for determining soil hydraulic properties. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **62**: 894-905.

徳本家康・取出伸夫・井上光弘 (2005): 団粒構造を持つ黒ボク土の溶質分散について, *水文・水資源学会誌*, **18** (4): 401-410.

Tuller, M. and Or, D. (2001): Hydraulic conductivity of variably saturated porous media. *Water Resour. Res.*, **37**: 1257-1276.

van Genuchten, M.Th. (1980): A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **44**: 892-898.

付 録

付録 1

(6) 式中の $\Gamma_s(h)$, および Γ_{\max} の定義を以下に示す (Fayer and Simmons, 1995)。まず, (4) 式は次式に書き直すことができる。

$$S_e(X+\gamma)S_a + [1-(X+\gamma)S_a][1+(-ah)^n]^{-m} \quad (A1)$$

ここで, $S_a = \theta_a/\theta_s$, $X = 1 - \ln(-ah)/\ln(-h_m)$, $\gamma = \ln(\alpha)/\ln(-h_m)$ である。Mualem モデル (1) 式の分子部分の積分は次式で表される。

$$\Gamma_s(h) = I_1(w)\alpha(1-\gamma S_a - S_a) + \frac{\alpha S_a}{\ln(-h_m)} \left[I_2(h, w) + \frac{I_3(w)}{n} \right] \quad (A2)$$

ここで, $w = [1+(-ah)^n]^{-1}$ であり, $I_1(w)$, $I_2(h, w)$, $I_3(w)$ の定義は以下に示す通りである。

$$I_1(w) = (1-w_m)^m - (1-w)^m \quad (A3)$$

$$I_2(h, w) = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h_m} \right) + (1-w_m)^{(m-1)} - (1-w)^{(m-1)} \quad (A4)$$

$$I_3(w) = I_{3a}(w) + I_{3b}(w_0) \quad w > w_0 \quad (A5)$$

$$I_3(w) = I_{3b}(w) \quad w \leq w_0$$

ここで, w_m は土中水圧力 h_m に対する w の値であり, w_0 は 10^{-10} である。(A5) 式中の $I_{3a}(w)$, $I_{3b}(w)$ は次式で表される。

$$I_{3a}(w) = (1-w_0)^m \left[\ln \left(\frac{1-w_0}{w_0} \right) - \frac{1}{m} \right] - (1-w)^m \left[\ln \left(\frac{1-w}{w} \right) - \frac{1}{m} \right] + G(1-w) - G(1-w_0) \quad (A6)$$

$$I_{3b}(w) = m[(m-w_m) + w_m \ln(w_m) - w \ln(w)] \quad (A7)$$

また, (A6) 式中の $G(w)$ は次式で表される。

$$G(w) = G_s(W_0) + H(1-W_0) - H(1-w) \quad w > W_0 \quad (A8)$$

$$G(w) = G_s(w) \quad w \leq W_0$$

ここで, $W_0 = 0.9$ であり, $H(w)$, $G_s(w)$ はそれぞれ,

$$H(w) = \ln(w) - mw + m(m-1)\frac{w^2}{4} - m(m-1)(m-2)\frac{w^3}{18} \quad (A9)$$

$$G_s(w) = W^{m+1} \sum_{k=0}^{100} \frac{w^k}{m+1+k} \quad (A10)$$

である。また, Mualem モデル (1) 式の分母部分の積分は次式で表される。

$$\Gamma_{\max} = \Gamma_s(h_0) + \Gamma_{0c} \quad (A11)$$

ここで, h_0 は (A2) 式を評価することができる最大の土中水圧力を示し, およそ $0.025/\alpha$ で表すことができる。また $\Gamma_{0c}(h)$ は,

$$\Gamma_{0c} = \alpha \left(1 - \gamma S_a - S_a + \frac{S_a}{n \ln(-h_m)} \right) \left[(-ah_0)^{(n-1)} - (-ah_c)^{(n-1)} \right] + \frac{\alpha S_a}{\ln(-h_m)} \left[(-ah_0)^{(n-1)} \left(\ln(-ah_0) - \frac{1}{n-1} \right) - (-ah_c)^{(n-1)} \left(\ln(-ah_c) - \frac{1}{n-1} \right) \right] \quad (A12)$$

である。 h_c は (A2) 式が数値的に 1 を示す最小の土中水圧力を示し, 本研究では -10^{-7} cm を用いた。

付録 2

圧力勾配による水蒸気透過係数 K_{vh} の定義を以下に示す。

$$K_{vh} = \frac{D}{\rho_w} \rho_{vs} \frac{Mg}{RT_{ads}} - H_r \quad (B1)$$

ここで, D は土中の水蒸気拡散係数 ($L^2 T^{-1}$), ρ_w は液状水密度 ($ML^{-3} = 1 - 7.37 \times 10^{-6} \times (T-4)^2 + 3.79 \times 10^{-8} \times (T-4)^3 \text{ kg m}^{-3}$), T は相対温度 (K, 本研究では 20°C で一定), ρ_{vs} は飽和水蒸気密度 ($ML^{-3} = T^{-1} \times 10^{-3} \times \exp(31.37 - 6014.79 T^{-1} - 7.92 \times 10^{-3} T) \text{ kg m}^{-3}$), M は水の分子量 ($\text{Mmol}^{-1} = 0.018015 \text{ kg mol}^{-1}$), g は重力加速度 ($LT^{-2} = 9.81 \text{ m s}^{-2}$), R は気体定数 ($ML^2 T^{-2} \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1} = 8.341 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$), T_{abs} は絶対温度 (K), H_r は相対湿度である。土中の水蒸気拡散係数 D は次式で導かれる。

$$D = \tau_a \theta_{air} D_a \quad (B2)$$

ここで、 θ_{air} は気相率 ($L^3 L^{-3}$)、 D_a は大気中の水蒸気拡散係数 ($L^2 T^{-1} = 2.12 \times 10^{-5} (T_{abs}/273.15)^2 m^2 s^{-1}$) である。 τ_a は気相の屈曲度で、次式で示される (Millington and Quirk, 1961)。

$$\tau_a = \frac{\theta_{air}^{7/3}}{\theta_s^2} \quad (B3)$$

相対湿度は次式で導かれる (Philip and de Vries, 1957)。

$$H_r = \exp \left[\frac{hMg}{RT_{abs}} \right] \quad (B4)$$

要 旨

van Genuchten (VG) モデルを修正した水分移動特性関数である Fayer モデル、Durner モデルについて、砂質土および団粒土への適用性を、特に不飽和透水係数に注目して検討した。鳥取砂丘砂、熊本黒ボク土に対して、蒸発法によるモデルのパラメータの推定を行なった。Fayer モデルは砂丘砂の間隙保水と表面吸着水、Durner モデルは黒ボク土の団粒間と団粒内の異なる保水形態を表現する。これにより、水分量によって異なる2つの透水形態を反映し、VG モデルに比べてより現実的な不飽和透水係数を示した。Mualem モデルは、水分保持曲線に対して適合性の高いモデルを用い、さらに間隙結合係数 l を推定することにより、低水分領域も含めた広い圧力範囲の不飽和透水係数を適切に表現できた。信頼度の高い不飽和透水係数を推定するためには、広い圧力範囲に適合する水分保持曲線関数を用いることが重要である。

受稿年月日：2007年8月22日

受理年月日：2007年10月16日