

凍結をともなう土中の水分・熱・溶質移動モデル

渡辺晋生*・取出伸夫*・坂井 勝**・Jiri Šimůnek**

Numerical Modeling of Water, Heat, and Solute Transport during Soil Freezing

Kunio WATANABE*, Nobuo TORIDE*, Masaru SAKAI* and Jiri ŠIMŮNEK**

1. はじめに

寒冷地において、春先の土中の水分・地温・溶質分布を考える際、あるいは冬期の地表からの水蒸気フラックスを考える際、凍結・融解にともなう土中の水分や溶質移動を予測することが重要である。また、軟弱地盤の土層改良や汚染物質の漏洩防止、土壌浄化などに対して土の凍結が利用されており、凍結にともなう物質移動のモデル化の対象は寒冷地土壌に留まらない。

非等温下の水蒸気を含む不飽和土中の水分移動は、通常、Philip and de Vries (1957) に基づき次式で表される(坂井・取出, 2006)。

$$\frac{\partial \theta_l}{\partial t} + \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial(\rho_v \theta_a)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{lh} \frac{\partial h}{\partial z} + K_{lv} \frac{\partial T}{\partial z} + K_{vh} \frac{\partial h}{\partial z} + K_{vt} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1)$$

ここで、 θ_l と θ_a は液状水と水蒸気の体積率 ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$)、 ρ_l と ρ_v は液状水と水蒸気の密度 (kg m^{-3})、 h は圧力水頭 (m)、 T は温度 ($^{\circ}\text{C}$)、 t は時間 (s)、 z は位置 (m) である。 K_{lh} (m s^{-1})、 K_{lv} ($\text{m}^2 \text{s}^{-1} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$)、 K_{vh} (m s^{-1})、 K_{vt} ($\text{m}^2 \text{s}^{-1} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$) はそれぞれ圧力勾配と温度勾配による液状水移動と水蒸気移動における透水係数である。温度変化をともなう土中の水分・熱・溶質の同時移動は、(1) 式の水分移動式に加えて、次の土中の熱移動式、溶質移動の移流分散式を連立して計算する(取出ら, 2006)。

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} + L_s \frac{\partial(\rho_v \theta_a)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] - C_l q_l \frac{\partial T}{\partial z} - C_v q_v \frac{\partial T}{\partial z} - L_s \frac{\partial \rho_v q_v}{\partial z} \quad (2)$$

$$R \frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \nu \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3)$$

ここで、 C_p 、 C_l 、 C_v はそれぞれ土、液状水、水蒸気の体積熱容量 ($\text{Jm}^{-3} \text{K}^{-1}$)、 λ は土の熱伝導率 ($\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$)、 q_l 、

q_v は液状水と水蒸気の流量 (m s^{-1})、 L_s は水の蒸発潜熱 ($2.501 \times 10^6 - 2369.2 \text{ Jkg}^{-1}$)、 D は分散係数 ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)、 ν は平均間隙流速 (ms^{-1})、 c は溶質濃度 (molL^{-1})、 R は溶質の土粒子への吸着による遅延因子である。

0°C 以下の状態で土が凍結する過程も、同様に非等温下の土中の物質移動現象であるが、土中には土粒子、液状水、気相の3相に加え新たに氷の相が現れる点が、常温における移動と異なる。土粒子間隙における水の析出は、不凍水(土粒子表面や毛管曲率の影響で、 0°C 以下においても凍結しない水)の負圧の発生や水みち形状の変化をともない、土中の物質移動に多大な影響を及ぼす。また、温度が低下すると、凍土中の不凍水量と水の量が大きく変化するため(Watanabe and Mizoguchi, 2002)、凍土の透水性や熱的性質が激しく変化する。そのため、凍結をともなう土中の物質移動の予測においては、(1)-(3)式の不飽和土中の水分・熱・溶質移動式に対して、氷の発生・成長と不凍水の挙動、また不飽和透水係数などの移動物性値の変化をいかにモデル化するかが課題となる。Harlan (1973) は、一般化クラウジウス-クラペイロンの式(Generalized form of Clausius-Clapeyron equation, GCC 式)を用いて凍土中の水・熱移動式を結合し、見かけの熱容量により土中水の氷への相変化を表すモデルを提唱した。こうしたモデルの数値計算や凍土の透水係数の与え方については、Fukuda *et al.* (1980)、Newman and Wilson (1997) などにより検証・改良が進められてきた。Hansson *et al.* (2004) は、凍土の熱伝導率の非線形性を表すモデルを提案し、GCC 式などの凍結過程のモデルを組み込むことで不飽和土中の汎用数値計算ソフト HYDRUS-1D (Šimůnek *et al.*, 2005) を修正した。そして、鉛直一次元の室内凍結実験および、一年間にわたる野外の土の凍結融解観測を解析した。

本報では、まず、GCC 式に基づく凍結過程および水蒸気移動を含む不飽和土中の水分・熱・溶質移動式を解説

* 三重大学大学院生物資源学研究所 〒514-8507 津市栗真町屋町 1577

** カリフォルニア大学リバーサイド校環境科学部

Department of Environmental Sciences University of California, Riverside Riverside, CA 92521, USA

キーワード: 凍土, 水分・熱・溶質移動, 不凍水, 一般化クラウジウス-クラペイロン式

する。そして、計算に必要な凍土の透水係数と熱的性質のモデルを示す。その上で、修正版 HYDRUS-1D を用いて一次元の土の凍結過程における水分・温度・溶質分布やフラックス分布の計算例を示し、土の凍結現象の詳細を解説する。また、数値計算の有用性や今後の課題を議論する。なお、凍結による有効応力の変化やアイスレンズの発生、土の骨格構造の変化などをともなう凍上現象については扱わない。

2. 凍結をともなう水分・熱移動式

2.1 移動式

水体の流動がない場合、凍結をともなう土中の水分移動は、(1)式の左辺に水量の時間変化を加え、次式で表される。

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\rho_i}{\rho_l} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial (\rho_s \theta_a)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{lh} \frac{\partial h}{\partial z} + K_{lh} + K_{lT} \frac{\partial T}{\partial z} + K_{vh} \frac{\partial h}{\partial z} + K_{vT} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (4)$$

ここで、 θ_i は水の体積含率 ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$)、 ρ_i は水の密度 (931 kg m^{-3}) である。同様に、凍結をともなう土中の熱移動は、(2)式の左辺に固液相変化による潜熱項を加えて表される。

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} - L_f \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + L_s \frac{\partial (\rho_s \theta_a)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] - C_i q_i \frac{\partial T}{\partial z} - C_v q_v \frac{\partial T}{\partial z} - L_s \frac{\partial \rho_s q_v}{\partial z} \quad (5)$$

ここで、 L_f は水の融解潜熱 ($3.34 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$) である。(5)式の左辺は、微分の連鎖法則を用いて、書き換えることができる。

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} - L_f \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + L_s \frac{\partial (\rho_s \theta_a)}{\partial t} = C_p \frac{\partial T}{\partial t} - L_f \rho_i \frac{d\theta_i}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} + \left(L_s \theta_a \frac{d\rho_s}{dT} \frac{\partial T}{\partial t} + L_s \rho_s \frac{\partial \theta_a}{\partial t} \right) = \left(C_p - L_f \rho_i \frac{d\theta_i}{dT} + L_s \theta_a \frac{d\rho_s}{dT} \right) \frac{\partial T}{\partial t} + L_s \rho_s \frac{\partial \theta_a}{\partial t} \quad (6)$$

ここで、

$$C_a = C_p - L_f \rho_i \frac{d\theta_i}{dT} + L_s \theta_a \frac{d\rho_s}{dT} \quad (7)$$

とすると、(5)式は次式となる。

$$C_a \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right] - C_i q_i \frac{\partial T}{\partial z} - C_v q_v \frac{\partial T}{\partial z} - L_s \frac{\partial \rho_s q_v}{\partial z} - L_s \rho_s \frac{\partial \theta_a}{\partial t} \quad (8)$$

ここで、 C_a は潜熱項を含んだ土の見かけの熱容量 ($\text{J m}^{-3} \text{K}^{-1}$) である。また、(7)式の右辺第3項の水蒸気項は、土の熱容量に比べて十分に小さいので、通常は無視できる (福田ら, 1984)。

以上の凍結をともなう移動式を適用する場合、氷と共存する土中の液状水 (不凍水) の水分特性関数 (θ_i-h 関係) に加え、土中の水量 θ_i を温度の関数 (θ_i-T 関係) として与える必要がある。

2.2 凍土中の不凍水

土の圧力水頭 h と水分量 θ_i の関係が水分特性関数であり、この土中の水分保持特性は、土粒子間の毛管保水や土粒子表面への吸着の形態に依存する (図-1 (a))。土が凍結するとき、土粒子と氷の間の不凍水膜の厚さは、液状水と氷の界面の毛管力や土粒子表面への液状水の吸着力に依存し (Dash *et al.*, 1995)、温度 T が低下すると氷が成長して不凍水は減少する。この温度 T における不凍水量の関係は、不凍水曲線と与えられる。さらに凍結過程の水分移動を考えると、この不凍水の圧力の推定が不可欠である。

いま、飽和土が凍結、あるいは融解する過程を考える。ここで、図-1 (b) に示すように不凍水と氷の分布が、常温における土の吸水や排水過程における水と空気の分布の形態と等しいと仮定する (Williams, 1964; Koopmans and Miller, 1966)。このとき、間隙水と空気界面の圧力差 P_{ai} と不凍水と氷界面と圧力差 P_{ii} を等しいと見なせば、不凍水の圧力を温度 T の関数として常温における水分特性関数に基づき推定することが可能となる。

$$P_{ai} = P_{ii} \quad (9)$$

なお、Koopman and Miller (1966) は、毛管保水が卓越する砂やシルト質土の場合、気液界面と気氷界面の表面

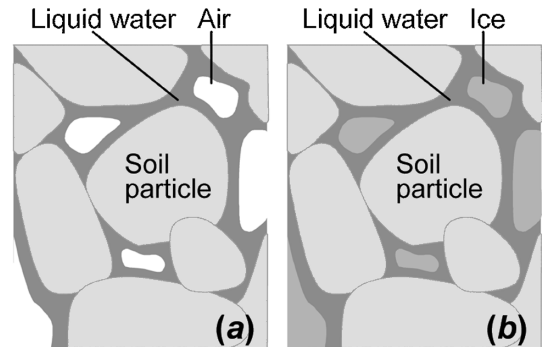


図-1 土間隙中の液状水分布の模式図。(a) 常温下における空気-液状水界面を持つ排水過程。(b) 氷-液状水界面を持つ水分飽和土の凍結過程。

Fig. 1 Schematic illustration of liquid water geometry in soil pores: (a) drying with the air-liquid water interface under room temperature; (b) freezing with the ice-liquid water interface in a saturated soil.

自由エネルギーの比を用いて(9)式を補正し、Black and Tice (1989) は、これを実験的に検証している。

2.3 不凍水の圧力

水と水の共存する系においては、相平衡の状態方程式である GCC 式が成立する。

$$\nu_i \frac{dP_i}{dT} - \nu_i \frac{dP_i}{dT} = \frac{L_f}{T} \tag{10}$$

ここで、 P_l と P_i は水と氷の圧力 (Pa), ν_l は水の比容積 ($0.001 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$), ν_i は氷の比容積 ($\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$) である。また、 T は温度 (K) である。なお、系が溶質を含む場合は、濃度に比例した凝固点降下項が(10)式に加わる。不飽和土では通常、凍上圧が0なので、(10)式の左辺第2項は無視できる。

$$\frac{dP_l}{dT} = \frac{L_f}{\nu_l T} \tag{11}$$

いま、凍土中の不凍水についても GCC 式が成り立つとし、 $\rho_l g h = P_l$ とすると、(11)式より過冷度 $\Delta T = T_m - T$ (K) における不凍水の圧力水頭 h が得られる。ここで、 T_m は水の融点 (273.15 K) である。

$$h = \frac{L_f}{g} \ln \frac{T_m - \Delta T}{T_m} \tag{12}$$

図-2に(12)式の関係を示す。土が0°C以下に冷やされ間隙中に氷が発生すると、凍土中の不凍水には、 $T = -0.1^\circ\text{C}$ で $h = -1,248$ (cm), $T = -1^\circ\text{C}$ で $h = -12,500$ (cm) と大きな負圧が生じることがわかる。すなわち、凍結している土は、0°C以上の常温の土に比べて、非常に乾燥した状態にあることを示す。なお、この(12)式は、土の圧力

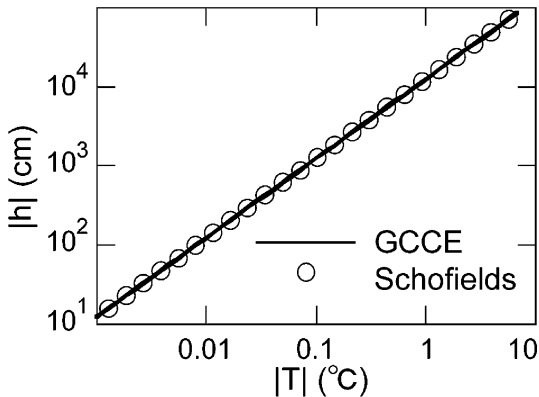


図-2 GCC式を用いて温度 T から換算した飽和凍土中の不凍水の圧力 h 。

Fig. 2 Unfrozen water pressure head in a water-saturated frozen soil h , based on the temperature T with the generalized form of Clausius-Clapeyron equation.

水頭と土の凍結温度の関係性を求めた Schofield (1938) の実験式 $pF = 4.1 + \log |T|$ と一致する。

2.4 不凍水曲線

常温における水分保持特性が、飽和土における凍結過程の不凍水と圧力との関係と等しいと仮定する(9)式を用いて、土の水分特性曲線に(12)式を適用すると、 θ_i と T の関係である不凍水曲線が得られる。さらに、不凍水曲線の勾配 $d\theta_i/dT$ が得られると、 $d\theta_i/dT = -d\theta_l/dT$ の関係を2.1節の移動式に用いることができる。

本解析では、van Genuchten (1980) の水分移動特性関数に基づき、水分特性曲線を次式で与えた。

$$S_e(h) = \frac{\theta_i(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = (1 + |\alpha h|^n)^{-m} \tag{13}$$

ここで、 θ_s , θ_r は飽和および残留体積含水率、 S_e は有効飽和度、 α (m^{-1}), n , m は経験的パラメータである。表-1は、計算に用いた3種類の土のパラメータ値である。図-3は、3種類の土の水分特性曲線に対して、GCC式により換算した不凍水曲線である。図中、横軸の温度 $|T|$ との関係が不凍水曲線、圧力水頭 $|h|$ との関係が水分特性曲線である。いずれの土性においても、温度低下にともない不凍水量が急激に減少している。0°Cにおいて土が飽和するのは ($h=0$)、図-1に示した飽和土の凍結過程に対する仮定に基づいている。ロームとシルトロームについては、 -1°C ($h=12,500$ cm) においても十分な不凍水量を有したが、砂質ロームの不凍水量は -0.01°C で θ_r にほぼ達して、それ以下の温度では移動可能な土中水が消失した。凍土中の水分移動が問題になるのは、通常、 -10°C 程度までであるので、未凍土の水分特性曲線を $|h| < 10^5$ (cm) の範囲で妥当に与えれば、凍土中の不凍水を表現できることがわかる。なお、不飽和土が凍結する場合は、温度が0°Cに近づいても土中水は負圧を持つため、飽和に達することはない。そのため、厳密には飽和土の不凍水曲線を単純に不飽和土に適用することはできないが、以下の計算例においては、図-3の不凍水曲線を適用できるとした。

表-1 3種類の土性の van Genuchten モデルのパラメータ値

Table 1 Parameter values of van Genuchten model for three different soils.

土性	θ_s	θ_r	α	n	m	l
ローム	0.535	0.05	0.0111	1.48	0.2	0.5
シルトローム	0.45	0.067	0.02	1.41	1-1/n	0.5
砂質ローム	0.41	0.065	0.075	1.89	1-1/n	0.5

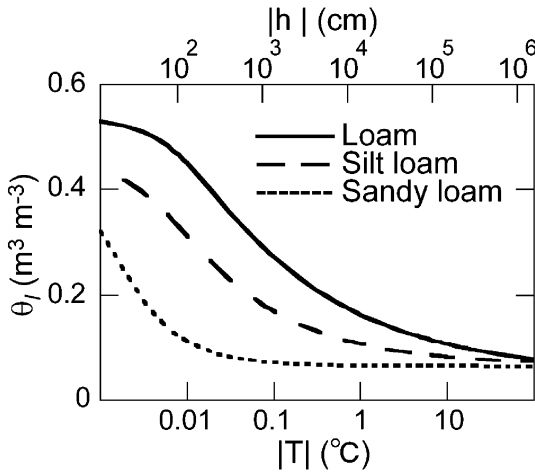


図-3 GCC式を用いて(13)式の水分特性曲線から導出した3種類の土性の飽和凍土中の不凍水曲線。

Fig. 3 Unfrozen water curves for three different water-saturated frozen soils, based on the soil water characteristic curves described with Eq. (13) and the GCCE.

3. 凍土の透水係数と熱的性質

3.1 不飽和透水係数

未凍土については、(4)式の圧力勾配による液状水移動に対する透水係数 K_{lh} ($m\ s^{-1}$) を次式で与える (van Genuchten, 1980)。

$$K_{lh} = K_s S_e^l [1 - (1 - S_e^{1/m})^m]^2 \quad (14)$$

ここで、 K_s は飽和透水係数 ($m\ s^{-1}$)、 l は間隙結合係数とよばれるパラメータである。一方、温度勾配による液状水移動の透水係数 K_{lT} ($m^2\ s^{-1}\ K^{-1}$) は、次式で与えられる (Noborio *et al.*, 1996)。

$$K_{lT} = K_{lh} \left(hG \frac{1}{\gamma_0} \frac{d\gamma}{dT} \right) \quad (15)$$

ここで、 G は促進係数であり、ガラスビーズでは4程度、砂やシルト質ロームでは含水率の増加によって8から1にまで減少する (Nimmo and Miller, 1986)。 γ は土中水の表面張力であり、 $\gamma = 75.6 - 0.1425T - 2.38 \times 10^{-4} T^2$ 、 γ_0 ($25^\circ C$) = $71.89\ g\ s^{-2}$ である。水蒸気移動に対する透水係数 K_{vh} 、 K_{vT} は、Scanlon *et al.* (2003) と同様に与えることができる。

いま、凍土の不飽和透水係数も、飽和土の凍結過程における水分特性と同様に、常温の $K-\theta_l$ 関係が適用できると仮定する。しかし、凍土中では不凍水量の減少に加えて、間隙内に成長した氷による水みちの閉塞も生じる

ため、(14)式は凍土の透水係数を過大評価すると考えられる。そこで、Jame and Norum (1980) は、抵抗係数 Ω を用いて(14)式を修正した。

$$K_{fth} = 10^{-\Omega} K_{lh} \quad (16)$$

ここで、下添え字 f は凍土を示す。 Ω は経験的パラメータであり、砂やシルトで8程度、礫で20~30とされている (Gosink *et al.*, 1988)。また、 Q は全水量に対する水量の割合である。図-4 (a) (b) は、表-1の3種類の土に対して、表面張力の温度依存性が $0^\circ C$ 以下にも適用できるとし、促進係数 $G=7$ 、抵抗係数 $\Omega=4$ のとき、(14)-(16)式に基づく K_{fth} および K_{lT} である。土が $0^\circ C$ 以下に冷やされると、透水係数は $K_{fth} < 10^{-10}\ cm\ s^{-1}$ まで極めて急激に低下する。砂質土の場合、不凍水量が少ないため、凍結時の透水係数の低下が顕著である。

3.2 熱容量

(7)式の見かけの熱容量は、土の体積熱容量に水の凍結潜熱と不凍水量曲線の勾配の積を加えた値である。土の体積熱容量は、土の構成要素の熱容量とその体積率の積の総和で推定できる。凍土の場合、土の構成要素にさらに氷が加わる。そのため、土の固相、有機物、土中空気、液状水、氷の熱容量をそれぞれ C_n 、 C_o 、 C_{air} 、 C_l 、 C_i ($J\ m^{-3}\ K^{-1}$) とすると、凍土の熱容量 C_p は次式で与えられる。

$$C_p = \theta_n C_n + \theta_o C_o + \theta_a C_{air} + \theta_l C_l + \theta_i C_i \quad (17)$$

ここで、 θ_n は土の固相率、 θ_o は有機物の体積率である。氷の比熱は温度低下によって減少するが、凍土においては、その影響は無視できる範囲である。また、厳密には不凍水の熱容量を推定することは困難であるが、土粒子の影響を受けない水の熱容量と等しいと仮定することができる。図-4 (c) は、3種類の土における(17)式の飽和凍土の熱容量 C_p および(7)式の見かけの熱容量 C_a と温度 T との関係である。ここで、 $C_n = 1.92 \times 10^6\ kg\ s^{-2}\ m^{-1}$ 、 $C_o = 2.51 \times 10^6\ kg\ s^{-2}\ m^{-1}$ 、 $C_{air} = 1,250\ kg\ s^{-2}\ m^{-1}$ 、 $C_l = 4.18 \times 10^6\ kg\ s^{-2}\ m^{-1}$ 、 $C_i = 1.953 \times 10^6\ kg\ s^{-2}\ m^{-1}$ であり、 θ_l 、 θ_i には図-3の関係、また θ_n 、 θ_o は表2の値を用いた。土が $0^\circ C$ 以下に冷やされて凍結が始まると、見かけの熱容量 C_a は土の熱容量 C_p の数倍にまで上昇する。特に砂質土では、融点近傍で土中水の大半が凍結するため (図-3)、 C_a の上昇は顕著である。一方、不凍水を多量に有する細粒土では、潜熱の影響は低温まで生じる。

3.3 熱伝導率

Campbell (1985) は、土の熱伝導率 λ ($W\ m^{-1}\ K^{-1}$) の水分量依存性を次式で与えた。

$$\lambda = C_1 + C_2 \theta_l - (C_1 - C_4) \exp[-(C_3 \theta_l)^{C_5}] \quad (18)$$

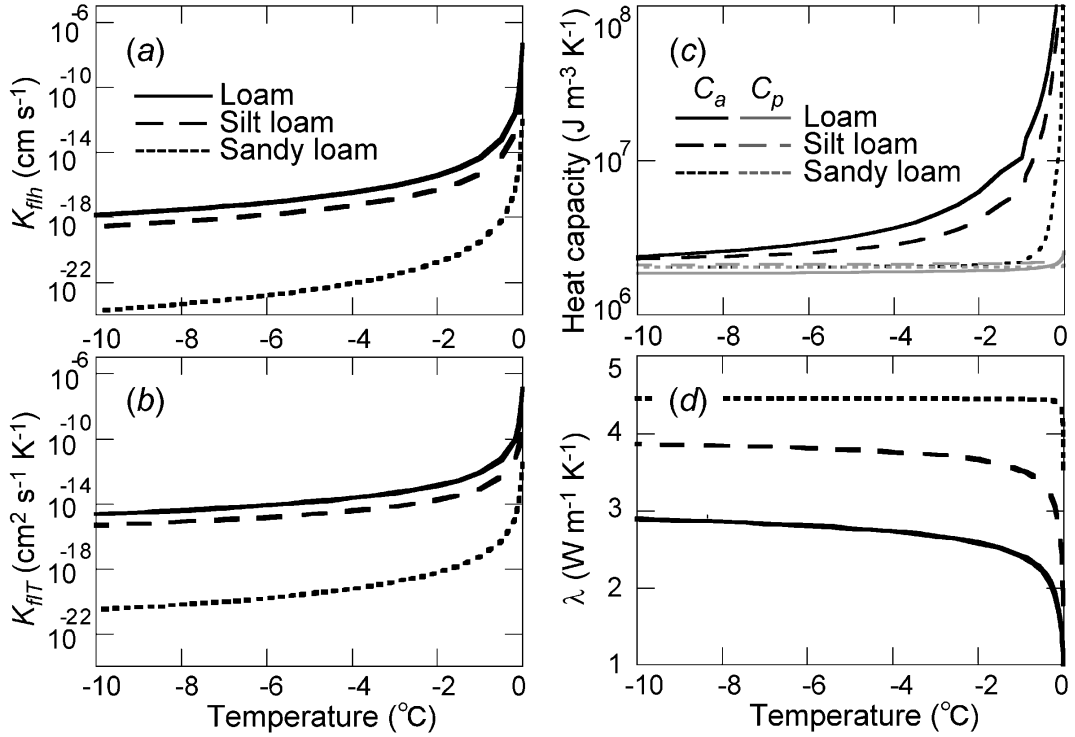


図-4 凍土の諸物性値の温度依存性. (a) 圧力勾配による液状水移動の透水係数 K_{fih} , (b) 温度勾配による液状水移動の透水係数 K_{fIT} , (c) 熱容量 C_p と見かけの熱容量 C_a , (d) 熱伝導率 λ .

Fig. 4 Temperature dependence of physical properties of frozen soils : (a) isothermal hydraulic conductivities K_{fih} ; (b) thermal hydraulic conductivities K_{fIT} ; (c) soil heat capacity C_p and apparent heat capacity C_a ; (d) thermal conductivity λ .

表-2 3種類の土性の熱特性パラメータ値

Table 2 Thermal parameter values for three different soils.

土性	θ_n	θ_0	C_1	C_2	C_3	C_4
ローム	0.3	0	0.53	0.84	8.38	0.093
シルトローム	0.55	0	0.72	0.84	8.38	0.093
砂質ローム	0.57	0	1.58	0.84	27	0.093

ここで、 C_i ($i=1, \dots, 5$) は定数であり、実験、あるいは固相率などの物性値から与えられ、 $C_5=4$ が推奨されている。

凍土の熱伝導率 λ は、含水率によって非線形に変化する (Kennedy and Sharratt, 1998)。Hansson *et al.* (2004) は、(18) 式を修正して凍土の熱伝導率を次式で表した。

$$\lambda = C_1 + C_2(\theta + F\theta_i) - (C_1 - C_4) \exp\{-[C_3(\theta + F\theta_i)]^{C_5}\} \quad (19)$$

$$F = 1 + F_1\theta_i^{F_2} \quad (20)$$

ここで、 θ は水蒸気量も加えた含水率、 F は水と氷の熱伝導率の違いに基づく係数である。図-4 (d) は、3種類の土に対して (19) 式から求めた凍土の熱伝導率である。なお、 $\theta \approx \theta_i$ 、土によらず $F_1=13.05$ 、 $F_2=1.06$ 、 θ_i は図-3 の関係式、その他のパラメータは表-2 の値を用いた。土が 0°C 以下に冷やされると、氷量の増加にしたがい凍土の熱伝導率が高くなる。この際、融点近傍で土中水の大半が凍結する砂質土の熱伝導率は、不凍水を多く有する細粒土に比べて高い。また、砂質土の不凍水量は 0°C 以下で速やかに θ_r に漸近するため (図-3)、低温領域における熱伝導率は一定である。

4. 計算例

4.1 計算条件

凍結をともなう土中の水分・熱移動について、こゝまで示した移動式と物性値の推定式を用いて、表-1 に示し

た3種類の土を充填した長さ20 cmの水平一次元カラムを対象にした数値計算を行った。それぞれの土の物性は図-4に示した。カラムの両端は閉鎖してあり、水と溶質の境界フラックスはゼロである。初期条件は、温度 $T_{init}=5^{\circ}\text{C}$ 、土中水圧力 $h_{init}=-100$ 、および $-1,000$ cm、溶質濃度 $c_{init}=10\text{ mol L}^{-1}$ で一定とした。ここで、境界温度として、左端 $T_L=-5^{\circ}\text{C}$ 、右端 $T_R=5^{\circ}\text{C}$ を与えた。溶質移動は、(3)式で与えられ、土への吸着がない溶質 ($R=1$) を対象に、分散長 $L=1$ cm、拡散係数 $D_0=0.1\text{ cm}^2\text{ day}^{-1}$ とした。また、溶質による凝固点降下や溶質の水への封入、氷圧や圧力水頭への影響は無視した。凍結をとまう水分移動では、凍結面付近で土中水圧力や物性値が極端に変化するため、特に凍結面の進行速度が速い場合、十分に小さな空間および時間刻みを選択する必要がある。そのため、凍結が生じる領域の空間刻みを 0.02 cm 、初期の時間刻みを 0.04 秒とした。以下、初期圧力 $h_{init}=-100\text{ cm}$ のロームの計算結果をまず示し、最後に異なる初期水分条件、土性による比較を行った。

4.2 地温変化

図-5 (a) および図-6 (a) に、左端面の温度低下後のロームの温度分布を示す。横軸は低温端からの距離である。溶質による凝固点降下を考慮していないため、 0°C の位置が凍結面に相当する (図-6 中破線)。左端面の温度を下げると、 5°C で一定であった地温が、左端から次第に低下した。図-5 (c) は、 0°C の等温線 (凍結面) の位置の時間変化である。凍結面の進行速度は、0.5時間で 2 mm h^{-1} 、5時間で 0.5 mm h^{-1} と経過時間とともに遅くなった。また温度分布がほぼ常態に達し、凍結面の進行が停止するのに80時間以上を要した。凍結面の進行速度が遅くなると、温度勾配は凍土で $0.33^{\circ}\text{C cm}^{-1}$ 、未凍土で $1^{\circ}\text{C cm}^{-1}$ とそれぞれ直線状に近づき、凍土中の方が緩やかになった (図-5 (a))。これは、凍土の熱伝導率が未凍土より大きいためである (図-5 (b))。なお、(19)式から算出した熱伝導率は、水量分布に応じて、凍土中で最大値をとる。

図-5 (c) には、凍結実験より温度が 10°C 相対的に高い条件 (初期条件 $T_{init}=15^{\circ}\text{C}$ 、左端境界 $T_L=5^{\circ}\text{C}$ 、右端境界 $T_R=15^{\circ}\text{C}$) における 10°C の等温線の位置の変化も示した。凍結が生じない土中に対して同じ温度差の境界条件を与えると、24時間後には土中の熱移動がほぼ常態に達し、直線上の地温分布が得られる。しかし、凍結が生じる温度条件では、凍土中における潜熱の放出が続くため、温度分布の発展は常温に比べ遅くなる。また、熱伝導率は土中の水分量と水量の変化に依存する (式(19))。常温においては、温度勾配による水分の再分布が生じるが、熱伝導率の分布に大きな偏りはないため、定常分布

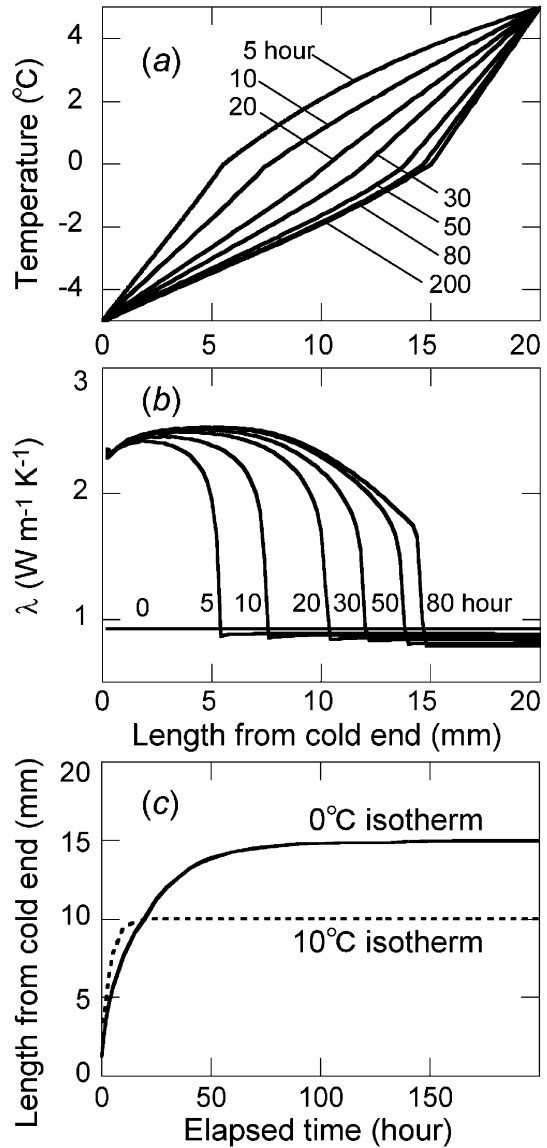


図-5 ロームの凍結過程の (a) 温度分布, (b) 熱伝導率の分布, (c) 0°C 線 (凍結前線) の位置. (c) の 10°C 線は、凍結しない温度条件 (初期温度 15°C 、右端境界 5°C 、左端境界 15°C) の値。

Fig. 5 (a) Temperature and (b) thermal conductivity profiles in a freezing loam soil; (c) Progress of the freezing front (0°C isotherm) for $T_{init}=5^{\circ}\text{C}$, $T_L=-5^{\circ}\text{C}$, $T_R=5^{\circ}\text{C}$ and the 10°C isotherm for $T_{init}=15^{\circ}\text{C}$, $T_L=5^{\circ}\text{C}$, $T_R=15^{\circ}\text{C}$.

では 10°C の等温線がカラムのほぼ中央に位置する。一方、凍結が生じると、凍土の熱伝導率が未凍土の3倍近くになるため (図-5 (b))、最終的にはカラム長の $3/4$ ま

で凍結面が達する。

4.3 水分移動

図-6 (a) の温度変化における土中水圧力分布を図-6 (b), また(4)式の右辺括弧内の和で与えられる全水分フラックスの分布を図-6 (c) に示す。ここで、正の水分フ

ラックスは低温端への流れ (図中左向き) である。凍土中の圧力分布は、(12)式に基づき温度分布 (図-6 (a)) から与えられ、 $-10,000$ cm 以下と非常に小さい (図-6 (b))。このため、土が凍結すると、未凍土から凍土へ向けての圧力勾配が生じ、未凍土全体の水が凍結面に向け

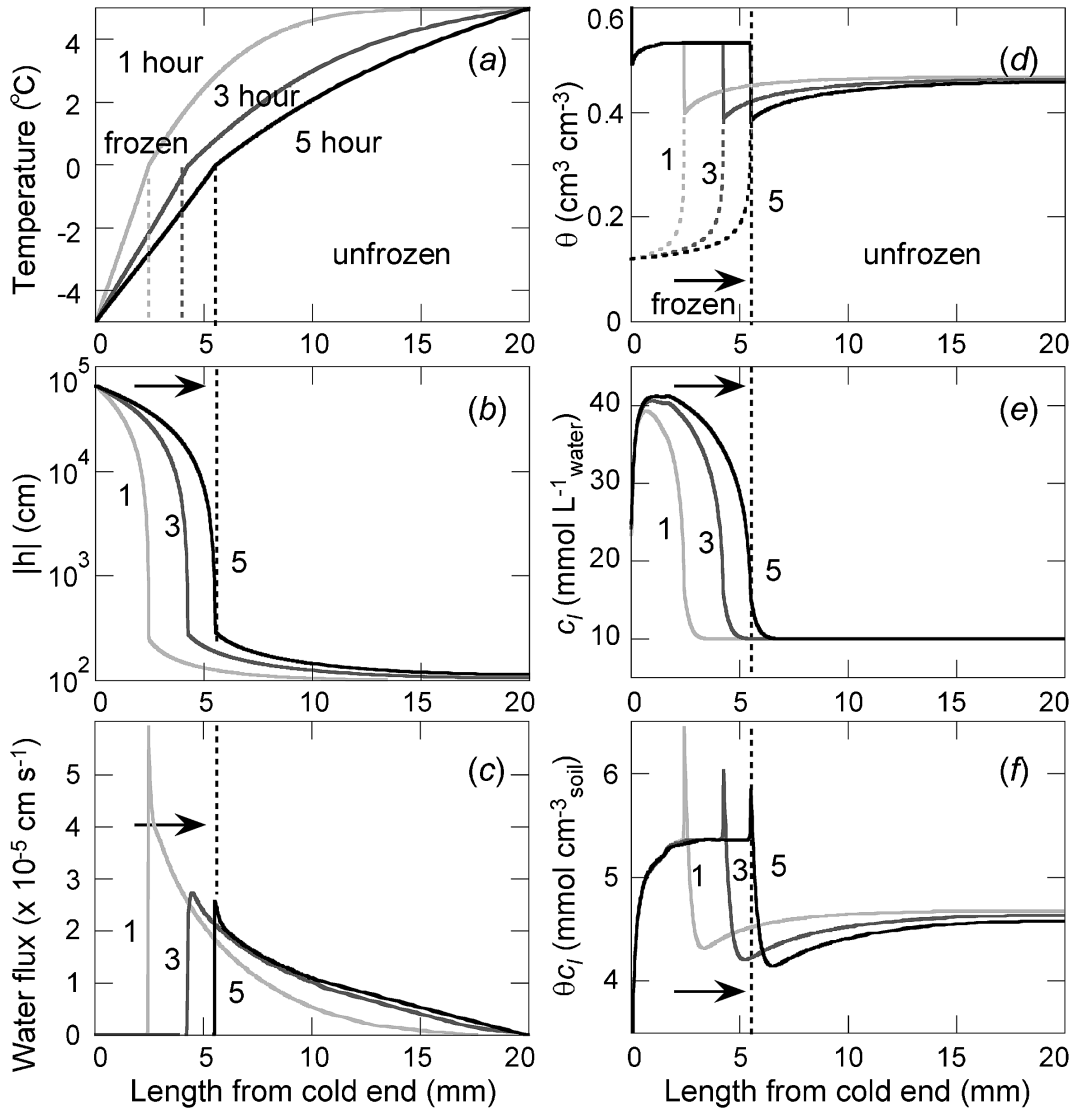


図-6 ロームの凍結過程の (a) 温度分布, (b) 圧力分布, (c) 水分フラックス分布, (d) 水分分布, (e) 土中水の溶液濃度 c_i , (f) 単位体積土中の溶質量 θc_i . 破線は凍結面を示す. (d) の実線は全水分量, 点線は凍土中の液状水 (不凍水) 量であり, その差は氷量を表す.

Fig. 6 Profiles of (a) temperature, (b) pressure head, (c) water flux, (d) water contents, (e) solute concentration c_i and (f) amount of solute in a unit soil θc_i in a freezing loam soil. The dashed line indicates the freezing front. In figure (d), the difference between the total water content (solid line) and the liquid (unfrozen) water content (dotted line) gives the ice content.

て引き寄せられる。特に圧力勾配の大きい凍結面では、水分フラックスに鋭いピークが生じた(図-6(c))。このピーク値は、凍結初期ほど顕著であった。凍結が進行するにつれ、土中水の再分布が進み、凍結面より遠方の未凍土中の水も凍土方向へ引き寄せられる(図-6(b))。凍結が進行すると、凍土と未凍土の圧力差が相対的に小さくなるため、凍結面にみられた水分フラックスのピークは低下した(図-6(c))。また、凍土中では、圧力勾配が大きいものの土中水の移動は非常に少ない。これは、凍土中の透水係数が未凍土や凍結速度に対して極めて小さいことによる(図-4(a))。

凍結面への水分移動の結果生じる土中の水分分布を図-6(d)に示す。図中、実線は全水分量、点線は凍土中の不凍水量であり、その差は水量である。凍結面近傍の未凍土中の水分量が低下し、その反対に凍土側の水分量が増加して、短時間で飽和に達した。また、凍土中の不凍水量は、左端に向けて減少している。

なお、凍土中の全水分量(不凍水量+水量)は、凍結により速やかに飽和に達した。しかし、実際の土の凍結においては、特に水分量が比較的少なく、また凍結速度が速い場合には、凍土中の水分量は飽和に達しないことが報告されている(たとえば、Fukuda *et al.*, 1980; Newman and Wilson, 1997)。これは、相平衡のGCC式と水分特性曲線に基づく飽和土の不凍水曲線を、不飽和水分移動に対しても適用していることが原因である。すなわち、図-3に示すように、 0°C の不凍水量に飽和水分量が対応するためである。この点は、不飽和土中の圧力水頭を考慮した不凍水量曲線を用いるなどの改良が考えられる。

4.4 溶質移動

図-6(e)に、図-6(a)と同様の経過時間における、単位体積あたりの土中水中の溶質濃度 c_l を示す。土が凍結すると氷に相変化した水から溶質が吐き出されるため、不凍水中の溶質濃度は未凍土中に比べて数倍高くなる。凍土中においては、各温度によって不凍水量と水量が異なるため(図-6(d))、不凍水中の溶質濃度も異なった。また、不凍水中の溶質濃度の勾配は、相変化量の大きな凍結面付近で大きい。凍結が進行するにつれ、不凍水中の溶質濃度は高くなり、また濃度勾配は緩やかになった。これは、水分フラックスや相変化量が低下し、また拡散による溶質移動が生じたためである。一方、未凍土においては、溶質濃度が増加したのは凍結面より数mmまでの範囲に限られた。これは、拡散とは逆向きの凍結面への水分移動による移流が卓越したためである。こうした凍土から吐き出される溶質の影響範囲の大きさは、凍結速度、溶質分散、拡散の相対的な関係に依存する。

図-6(f)は、図-6(d)の液状水分量 θ_l と図-6(e)の溶質濃度 c_l の積で与えられる単位土中の溶質量 $\theta_l c_l$ 分布である。土中の溶質量は、凍結開始前にくらべ凍土中で高く、未凍土中で低くなった。凍土中においては、不凍水中の溶質濃度 c_l は高いが(図-6(e))、低温になるほど不凍水量 θ_l が減少する(図-6(d))。このため、本計算においては、凍土中の溶質量は時間によらず一定となった。一方、未凍土中では溶質濃度 c_l には変化が見られないが、凍結による水分の再分布が生じる。このため、溶質量は、凍結面近くで低く、高温端で初期値に近くなった。また、凍結面において溶質量に鋭いピークが現れた。こうした溶質量のピークは凍結の進行とともに小さくなった。

図-6(f)の計算結果は、実際の土の凍結にみられる凍結面での溶質の局所的な集積(たとえばKonrad and McCammon, 1990)をよく再現している。一方、実際の野外調査や実験結果においては、凍結にともなう凍土中の溶質濃度の低下と未凍土中の溶質濃度の上昇がしばしば見られる。こうした計算結果と実際の現象の相違は、凝固点降下、また溶質の吐き出し速度などの及ぼす効果を解明する上で、重要な情報であると考えられる。

4.5 異なる初期水分条件

図-6と同様の凍結過程について、異なる初期圧力条件 $h_{ini} = -1,000\text{ cm}$ との比較を行った。図-7(a)は、凍結開始後5時間の $h_{ini} = -100\text{ cm}$ と $-1,000\text{ cm}$ の水分分布である。いずれの初期圧力においても、凍結面近傍の未凍土における水分低下と凍土中の水分増加が見られたが、初期圧力が低いと未凍土から凍土への水分移動量は減少した。一方、凍土中の不凍水量分布は両条件でほぼ等しくなった。図-7(b), (c)に、このときの圧力分布と圧力勾配の液状水移動に対する透水係数 K_{lh} 分布を示す。初期圧力によらず、凍土中の圧力分布はほぼ等しい。このように不凍水量、土中水圧力が初期圧力に依存しないのは、(12)式により凍土中の圧力分布を温度分布に基づき与えているためである。すなわち、温度分布が等しい凍土の不凍水量と土中水圧力は等しい。一方、凍土中の透水係数は、(16)式により水量に応じて未凍土より小さくなる。このため、未凍土の透水係数は水分量の多い $h_{ini} = -100\text{ cm}$ のほうが大きい、凍土中の透水係数の低下は、水量の多い $h_{ini} = -100\text{ cm}$ のほうが大きい。

図-8は、初期圧力 -100 cm および $-1,000\text{ cm}$ に対する5時間後の4成分の水分フラックス、すなわち圧力勾配の液状水 q_{lh} 、温度勾配の液状水 q_{lT} 、圧力勾配の水蒸気 q_{vh} 、温度勾配の水蒸気 q_{vT} の分布である。フラックスの向きは、低温端向き(図中左向き)が正である。いずれの初期圧力においても、低温端近傍の q_{lh} を除くフ

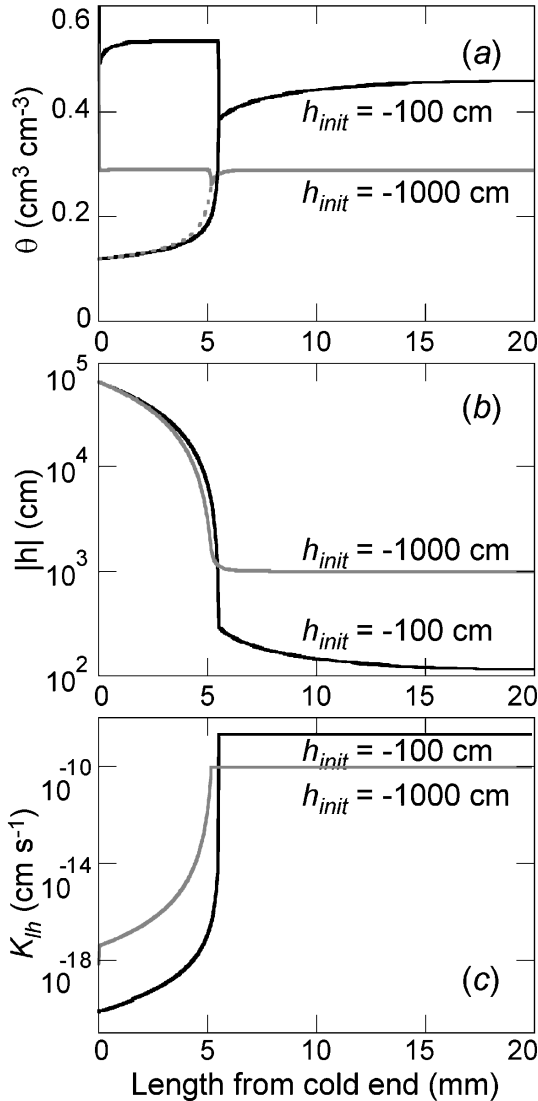


図-7 異なる初期土中水圧力の凍結開始から5時間後の (a) 水分分布, (b) 圧力分布, (c) 透水係数分布. (a) の実線は全水分量を, 点線は不凍水量を示す.

Fig. 7 Profiles of (a) water and (b) pressure head and (c) isothermal hydraulic conductivity in a freezing loam soil after 5 hours for different initial water pressure heads. In figure (a), the solid and dotted lines indicate total and unfrozen water contents, respectively.

ラックス成分は低温端向きとなった。図-8を積分して求めた、各フラックス成分の総量を比べると、水分量の多い $h_{init} = -100$ cm では、 q_{lh} が未凍土中のフラックスの

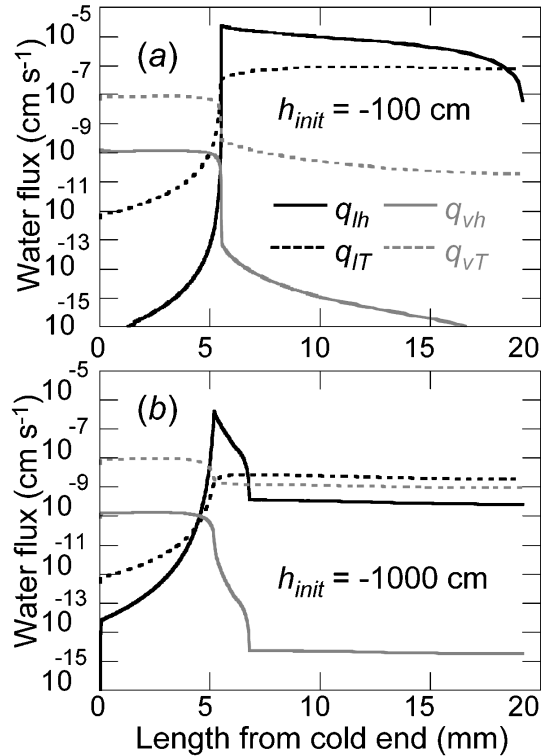


図-8 異なる初期土中水圧力の凍結開始から5時間後の圧力勾配による液状水フラックス q_{lh} , 水蒸気フラックス q_{vh} , および温度勾配による液状水フラックス q_{lT} , 水蒸気フラックス q_{vT} .

Fig. 8 Isothermal liquid (q_{lh}) and vapor (q_{vh}) fluxes and thermal liquid (q_{lT}) and vapor (q_{vT}) fluxes in a freezing loam soil after 5 hours for different initial water pressure heads.

95%を、 q_{lT} が5%を占めた。一方、凍土中では低温端向きの水分フラックスの95%を q_{vT} が占め、液状水移動にくらべ水蒸気移動が卓越した(図-8(a))。これは、温度低下により不凍水量が減少し、 K_{fh} が急激に減少したためである。水分量の少ない $h_{init} = -1,000$ cm では、未凍土中では q_{lh} が83%と小さくなり、相対的に q_{lT} (11%)や水蒸気移動 q_{vT} (6%)が大きくなる。また、圧力勾配が大きい凍結面近傍では、 q_{lh} が支配的である。非常に乾燥した状態以外では、凍結面への水分移動に対する水蒸気移動の寄与は低いといえる。また、凍土中では、初期圧力が低下しても水蒸気移動に変化は見られなかったが、液状水移動 q_{lh} が増加した(図-8(b))。これは、図-7(c)に示したように、水量が小さく、透水係数 K_{fh} が大きいためである。不飽和凍土の透水係数のモデルについては、抵抗係数についても論議があり(たとえば、New-

man and Wilson (1997)), さらなる検討が必要である。

4.6 異なる土性

最後に、土性による凍結過程の違いを検討するために、初期水分量 $\theta_{mit}=0.33$ の等しいローム ($h_{mit}=-534$ cm) とシルトローム ($h_{mit}=-100$ cm), またシルトロームと初期圧力が等しく初期水分量 $\theta_{mit}=0.12$ の砂質ローム ($h_{mit}=-100$ cm) についても同様の計算を行なった。図-9は、3種類の土を5時間一方向凍結した際の土中の水分分布である。図中実線は全水量、破線は不凍水量であり、その差は水量を示す。ロームとシルトロームは熱的性質が近いので、ほぼ等しい温度分布を示した。そのため、(12)式で与える凍土中の圧力分布もほぼ等しい。一方、未凍土中においては、初期水分量が等しいため、図-3の水分特性曲線よりシルトロームのほうが圧力が高い。そのため、凍結前線における圧力勾配が大きいシルトロームの方が多くの水分が凍土から未凍土へ移動した(図-9)。また、凍土中の不凍水量は、不凍水曲線(図-3)よりシルトロームのほうが少なかった。このため、シルトロームの凍土中の平均水量 θ_i は0.25とロームの0.2程度に比べて多くなった。

一方、砂質ロームは、他の土性に比べて熱伝導率が高いため、凍結面が早く進行した。また、移動可能な水分量が少なく、凍結に伴う水分移動はあまり見られなかった。閉鎖系の土の凍結を対象とした今回の計算例では、異なる土性間の水分移動の違いは比較的小さいが、こうした土性の比較が容易に行える点は数値計算の利点であ

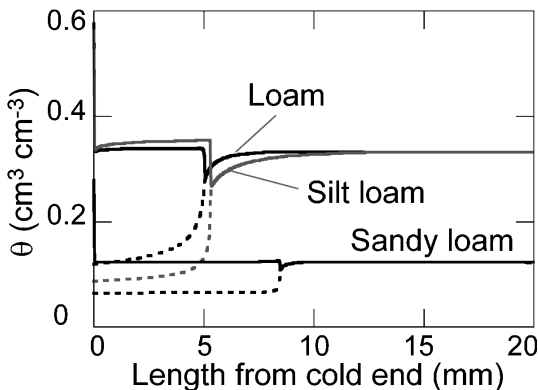


図-9 3種類の土性について計算した凍結開始から5時間後の水分分布。実線は全水分量、点線は不凍水量を示す。

Fig. 9 Water content profiles for three different freezing soils after 5 hours. The solid and dotted lines indicate total and unfrozen water contents, respectively.

る。今後、異なる水分流入条件や凍結環境において、土性の違いを検討していくことが必要である。

5. おわりに

一般化クラウジウス-クラペイロンの式を用いて、凍土の圧力と不凍水量を求めるモデルを解説し、一方向凍結過程にある土中の水分・熱・溶質移動に適用した計算例を示した。単純な相平衡を仮定したモデルであるが、こうした数値モデルで具体的な計算を行うことは、凍土中の水分や温度の分布を予測するために非常に有用である。特に、凍結面近傍のフラックス分布、4つのフラックス成分や、不凍水量・水量・全水量の同時評価など、測定からは得難い知見を計算できる意義は大きい。また、今まで適用事例の少ない凍結土中の溶質移動に対しても、ある程度の適用が可能であることを確認できたと考えられる。

より厳密な解析を行う場合、土中の水分凍結について、凍結速度に対する氷の形成速度の非平衡過程や不飽和土の不凍水曲線、融解潜熱や表面張力など不凍水の物性値の温度依存性、不飽和凍土の透水係数を、あるいは溶質について、凝固点降下や溶質による圧力変化、溶質の氷中への吐き出しおよび取り込み過程や溶質が氷の形成に与える影響のモデルへの組み込みを、目的に応じて検討していく必要があると考えられる。

一方、凍結をとまなう土中の物質移動に関する計算は、パラメータの数が多く、また非線形性が強いので、十分に小さな空間・時間刻みが要求される場合が多い。近年、コンピュータの演算速度は飛躍的に向上しているが、それでもなお、凍結の計算は時間を要する。そのため、計算効率の向上を目指した研究に加えて、対象とする現象や求める精度に応じたモデルや計算の簡略化も重要であると考えられる。

今回数値計算に用いたHYDRUSは、既に公開されているバージョンを改良したものである。今まで研究用に限られていた凍結過程の数値計算プログラムが汎用的に利用でき、身近になることの意義は大きいと考える。今後は、パラメータの検討や実測値との比較などを通して、モデルの改良と信頼性の向上を進める予定である。

引用文献

- Campbell, G.S. (1985) : Soil physics with BASIC, Elsevier, New York.
- Dash, J.G., Fu, H. and Wettlaufer, J.S. (1995) : The pre-melting of ice and its environmental consequences. Rep. Prog. Phys., **58** : 115-167.
- Black, P.B. and Tice, A.R. (1989) : Comparison of soil

- freezing and soil water curve data for Windsor sandy loam. *Water Resour. Res.* **25** : 2205-2210.
- Harlan, R.L. (1973) : Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil. *Water Resour. Res.*, **9** : 1314-1323.
- Hansson, K., Šimůnek, J., Mizoguchi, M., Lundin, L.C. and van Genuchten, M.Th. (2004) : Water flow and heat transport in frozen soil : Numerical solution and freeze-thaw applications. *Vadose Zone Journal*, **3** : 693-704.
- 福田正己・Kay, B.D.・伊豆田久雄・Sheppard, M.I. (1984) : 凍土中の水分移動が熱伝導率測定に及ぼす影響について, *土壌の物理性*, **49** : 54-61.
- Fukuda, M., Orhun, A. and Luthin, J.N. (1980) : Experimental studies of coupled heat and moisture transfer in soils during freezing. *Cold Reg. Sci. Technol.*, **3** : 223-232.
- Gosink, J.P., Kawasaki, K. Osterkamp, T.E. and Holty, J. (1988) : Heat and moisture transport during annual freezing and thawing. *In Proceedings of 5th International Conference on Permafrost*, Trondheim, Norway. 355-360.
- Jame, Y.W. and Norum, D.I. (1980) : Heat and mass transfer in freezing unsaturated porous media. *Water Resour. Res.*, **16** : 811-819.
- Kennedy, I. and Sharratt, B. (1998) : Model comparisons to simulate soil frost depth. *Soil Sci.* **163** : 636-645.
- Konrad, J.M. and McCammon, A.W. (1990) : Solute partitioning in freezing soils. *Can. Geotech. J.*, **67** : 726-736.
- Koopmans, R.W.R. and Miller, R.D. (1966) : Soil freezing and soil water characteristic curves. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, **30** : 680-685.
- Newman, G.P. and Wilson, G.W. (2004) : Heat and mass transfer in unsaturated soils during freezing. *Can. Geotech. J.*, **34** : 63-70.
- Nimmo, J.R. and Miller, E.E. (1986) : The temperature dependence of isothermal moisture vs. potential characteristics of soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **50** : 1105-1113.
- Noborio, K., McInners, K.J. and Heilman, J.L. (1996) : Two-dimensional model for water, heat and solute transport in furrow-irrigated soil : I. Theory. *Soil Sci. Soc. Am. J.* **60** : 1001-1009.
- Philip, J.R. and de Vries, D.A. (1957) : Moisture movement in porous materials under temperature gradients. *Trans. AGU*, **38** (2) : 222-232.
- 坂井 勝・取出伸夫 (2006) : 古典を読む J.R. Philip and D.A. de Vries 著「温度勾配下における多孔質体中の水分移動について」, *土壌の物理性*, **103** : 105-112.
- Scanlon, B., Keese, K., Reedy, R.C. Šimůnek, J. and Andraski, B. (2003) : Variations in flow and transport in thick desert vadose zones in response to paleoclimatic forcing (0-90 kyr) : Monitoring, modeling, and uncertainties. *Water Resour. Res.*, No. 7, 1179, doi : 10.1029/2002WR001604, 13.1-13.7.
- Schofield, R.K. and Bothlho da Costa, J.V. (1938) : The measurement of pF in soil by freezing point. *Agric. Science*, **28** : 645-653.
- Šimůnek, J., van Genuchten, M.Th. and Sejina, M. (2005) : The HYDRUS-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat and multiple solutes in variably-saturated media. Version 3.0. HYDRUS Software Series 1, Dep. of Environmental Sciences, Univ. of California Riverside, Riverside, CA.
- 取出伸夫・井上光弘・長 裕幸・西村 拓・諸泉俊嗣・渡辺晋生訳 ウィリアムジュリー・ロバートホートン著 (2006) : *土壌物理学 土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用*, 築地書館.
- van Genuchten, M. Th (1980) : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Soc. Am. J.*, **44** : 892-898
- Watanabe, K. and Mizoguchi, M. (2002) : Amount of unfrozen water in frozen porous media saturated with solution. *Cold Reg. Sci. Tech.*, **34** : 103-110.
- Williams, P. (1964) : Unfrozen water content of frozen soils and soil moisture suction. *Geotechnique*, **14** : 231-246.

要 旨

凍結をともなう土中の水分・熱・溶質移動モデルを解説した。凍土中には、液相と固相の水が存在し、その量や圧力は温度によって変化する。ここでは、一般化クラウジウス-クラペイロン式を用いて凍土中の不凍水の圧力と不凍水量を求め、不飽和土中の水分・熱移動式を結合する方法を示した。また、氷の発生・成長による不飽和透水係数や熱伝導率など移動物性値の変化を表すモデルを解説した。そして、水平一次元閉鎖土カラム中の一方向凍結過程の土中の水分・熱・溶質移動について計算例を用いて解析を行った。凍結過程の地温、熱伝導率、不凍水量、氷量、液状水および水蒸気フラックス、溶質濃度分布といった詳細を解説し、また、数値計算モデルの有用性と今後の検討課題を論じた。

受稿年月日：2007年5月9日

受理年月日：2007年5月29日